

**Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.**

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ matr. \_\_\_\_\_

Non posso sostenere l'orale nei giorni: .....  
indirizzo e-mail: \_\_\_\_\_

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (25/1/2011)

1. (11 punti) Della funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x^2+2x}\right)$  si determinino:
  - a) insieme di definizione, eventuali zeri e segno;
  - b) limiti (con eventuali asintoti) agli estremi dell'insieme di definizione;
  - c) intervalli di monotonia, eventuali punti di estremo relativo e valori in essi assunti da  $f(x)$ ;
  - d) equazioni della retta tangente al grafico nel punto di ascissa  $-1$ ;
  - e) grafico.
2. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito su  $(-1, +\infty)$  della funzione  $2x(\ln(x+1) + \sin(x^2))$ .
3. (6 punti) Si studino brevemente le funzioni definite sull'intervallo  $[-1, 1]$  dalle leggi  $g(x) = xe^{2x}$  e  $h(x) = -2x$  (in particolare segno e valori negli estremi del dominio) e se ne traccino i grafici.  
Si tratteggi poi la regione *limitata*  $R$  del piano delimitata dai due grafici e dalle rette di equazione  $x = -1$  e  $x = 1$  e si calcoli l'area di  $R$ .
4. (4 punti) Si stabilisca se l'integrale improprio  $\int_{0+}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{(t^2+3t)(t^2+1)}} dt$  converge.
5. (4 punti) Si consideri la funzione di due variabili  $f(x, y) = \ln(xy+1) + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3$ .  
Se ne indichi l'insieme di definizione e si trovi l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto avente ascissa  $x = 2$  e ordinata  $y = 3$ .
6. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale  $y' = 2x(y^2 - 1)$ .  
Si trovi la soluzione del relativo problema di Cauchy con condizione iniziale  $y(0) = 0$ .
7. (4 punti) Nello spazio con l'ordinario sistema di riferimento  $Oxyz$  si considerino le due rette di equazioni
$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x + 2z = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$$
Si stabilisca se hanno punti in comune (e in questo caso se sono incidenti o coincidenti) o no (e in questo caso se sono parallele o sghembe).
8. (3 punti) **(Solo F45)** Si determinino il modulo e l'argomento principale, la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso  $z = \left(\frac{\sqrt{3}i - 1}{2 + 2i}\right)^6$ .
9. (3 punti) **(Solo F5X)** Si risolva la disequazione  $\sqrt{2x+1} > 2(x-3)$ .