Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

*Cognome*___________________________*Nome*_____________________*matr.*________

Intendo sostenere l'orale nel periodo (barrare il periodo che interessa. N.B. l'esame può essere al pomeriggio): ☐ 8/2 ☐ 11/2 - 13/2 ☐ 18/2 - 20/2 ☐ 22/2 ☐ 25/2 - 1/3 con l'esclusione dei seguenti giorni: indirizzo e-mail:

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (7/2/2013)

1. (11 punti) Della funzione $f(x)=\ln\left(e^{x}+e^{-x}\right)+\frac{1}{2}x$ si determinino <u>nell'ordine</u>:
   a) l'insieme di definizione, i limiti e gli eventuali asintoti negli estremi dello stesso;
   b) gli intervalli di monotonia, i punti estremanti e i valori assunti in essi;
   c) l'equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa $x=-\ln 2$;
   d) gli intervalli di convessità.
   Se ne tracci infine il grafico.

2. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $x\left(\sin 2x+\dfrac{3}{9-x^{2}}\right)$ precisando gli intervalli massimali di definizione di ogni primitiva.

3. (5 punti) Nel piano, con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni $f(x)=\tan\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ e $g(x)=-3x^{2}+2x+\frac{1}{\sqrt{3}}$, limitatamente all'intervallo $I=[0,1]$ e si trovino le intersezioni di tali grafici in *I*. Si tratteggi la regione *limitata R* del piano delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni $x=0$ e $x=1$ e si calcoli l'area di *R*.

4. (4 punti) Si consideri la funzione $f(t)=\dfrac{\ln(1+\sqrt{t})}{t^{5/4}(t+1)}$. Dopo averne studiato intervalli di continuità e segno si stabilisca, usando opportuni criteri, se l'integrale improprio $\displaystyle\int_{0+}^{+\infty} f(t)\,dt$ è convergente.

5. (4 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione
$$f(x,y)=x^{3}-x^{2}y+3y^{3}-3x.$$

6. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y'=\dfrac{\sqrt{y^{2}-1}}{y}$ e si risolva il problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0)=-2$, precisando il dominio della soluzione di tale problema.

7. (5 punti) In dipendenza dal parametro reale *k* si stabilisca se è risolubile il sistema lineare
$$\begin{cases} 2kx+ky=2 \\ 2x+kz=0 \\ 3x+(k-1)y+(k-1)z=1 \end{cases}$$
e nei casi in cui lo è si determinino le soluzioni.

8. (3 punti) Dopo averle rappresentate nel piano di Argand – Gauss, si calcolino e si esprimano in forma algebrica le radici quarte del numero complesso $w=-16i$.