

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

indirizzo e-mail: _____

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (5/4/2013)

1. (12 punti) Della funzione $f(x) = \ln(x^2 + 4x) - \ln(2x - 1) - 2$ si determinino nell'ordine:
 - a) l'insieme di definizione e i limiti ed eventuali asintoti negli estremi dell'insieme di definizione;
 - b) gli intervalli di monotonia, i punti estremanti e i valori assunti in essi;
 - c) l'equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa $x = 5$.Se ne tracci infine il grafico: ci sono motivi per congetturare la presenza di zeri? Se sì quanti? E in quali intervalli di estremi interi cadono? Ci sono motivi per congetturare la presenza di almeno un punto di flesso? Se sì in quale intervallo di estremi interi cade?
2. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $x(e^{x^2} - e^{2x})$.
3. (5 punti) Nel piano, con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino i grafici delle funzioni $f(x) = \tan\left(\frac{x}{3}\right)$ e $g(x) = -2x$, limitatamente all'intervallo $I = [0, \pi]$ (riportando le considerazioni elementari svolte per tracciarli) e si trovino le intersezioni di tali grafici in I . Si tratteggi la regione *limitata* R del piano delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni $x = 0$ e $x = \pi$ e si calcoli l'area di R .
4. (4 punti) Si stabilisca, usando opportuni criteri, se è convergente l'integrale improprio $\int_{0^+}^{+\infty} f(t) dt$
ove $f(t) = \frac{t-1}{\sqrt{t(t+1)(t+3)}}$.
5. (4 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione
 $f(x, y) = x^4 + 3x^2y + 3y^2 - x$.
6. (5 punti) Si consideri l'equazione differenziale $y' = 2t(1 + y^2)$.
 - a) La si riconosca e si determini la soluzione del corrispondente problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = -1$;
 - b) si individuino dominio massimale e immagine di tale soluzione.
7. (4 punti) Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il sistema
$$\begin{cases} x - kz = 0 \\ ky - kz = -1 \\ 2x - (k+2)y + z = 3 \end{cases}$$
è risolubile e, per tali valori, si stabilisca se la soluzione è unica o, in caso contrario, da quanti parametri dipende.
8. (3 punti) Del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3}i - 1}{1 + i}$ si determinino il modulo e un argomento e se ne scrivano in forma algebrica il coniugato e il reciproco.