

Non posso sostenere l'orale nei seguenti giorni .....

indirizzo e-mail:

**ISTRUZIONI.** Consegnare questo foglio insieme allo svolgimento. Compilare l'intestazione in stampatello e, per ogni esercizio svolto, barrare la casella vicino al numero. Svolgere ciascun esercizio su una diversa pagina di foglio protocollo, dando le opportune giustificazioni. Ogni quesito vale 7 punti.

**Matematica del Discreto/ Matematica discreta - per Informatica**

17 luglio 2014

1.  Trovare le soluzioni della congruenza lineare  $11x \equiv 14 \pmod{16}$ .

2.  Nell'insieme  $X$  dei numeri razionali positivi considerare la relazione d'ordine  $\leq$  definita da

$$a \leq b \Leftrightarrow \text{esiste } n \in \mathbb{N} \text{ tale che } a = nb.$$

a) Descrivere la forma degli elementi  $b$  del sottoinsieme  $B = \{b \in X \mid \frac{1}{3} \leq b\}$  di  $X$ .

b) Calcolare  $\sup\{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\}$ .

c) Stabilire se esiste il massimo di  $X$  rispetto alla relazione  $\leq$ .

3.  Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^4$  siano  $U$  e  $W$  i sottospazi generati rispettivamente da

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e da } \mathbf{w}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Determinare una base di  $U + W$ .

a) Stabilire se  $U + W = \mathbb{R}^4$ .

4.  Sia  $f_k : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da  $f_k\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = A_k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , con  $A_k = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \\ k & 3 \end{pmatrix}$ .

Stabilire per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  appartiene all'immagine  $\text{Im}(f_k)$ .

5.  Determinare una base ortonormale di autovettori della matrice

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$