

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

Intendo sostenere l'orale nel periodo (spuntare il periodo che interessa. L'esame può essere al pomeriggio, ma non nel week-end):

10 - 17 luglio

20 - 31 luglio

con l'esclusione dei seguenti giorni:

indirizzo e-mail:

Consegnare solo questo foglio: esso deve contenere oltre ai risultati anche lo svolgimento e le opportune giustificazioni. Ogni quesito vale 7 punti.

Matematica del Discreto per Informatica

7 luglio 2015

1. Per ogni $k \in \mathbb{R}$ la corrispondenza $f_k \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1+k & 1 & 3 & -2 \\ 0 & k & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ definisce un'applicazione

lineare $f_k: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

a) Stabilire per quali valori di k il vettore $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di f_k .

b) Posto $k = 0$, determinare tutti i vettori \mathbf{v} di \mathbb{R}^4 che sono controimmagini di \mathbf{w} .

Risposte:

a) $k \dots$

b) $\mathbf{v} =$

Elaborato:

Elaborato:

4. Sia S il sottoinsieme degli *elementi invertibili* del monoide moltiplicativo (\mathbb{Z}_{12}, \cdot) delle classi di resto modulo 12, ove il prodotto è definito come al solito da $[r]_{12} \cdot [s]_{12} = [rs]_{12}$.
- a) Usando strumenti teorici, stabilire per quali $r \in \{0, 1, 2, \dots, 11\}$ è risolubile la congruenza lineare $r \cdot x \equiv 1 \pmod{12}$.
 - b) Per ciascuno degli elementi di S determinare l'inverso (moltiplicativo) in \mathbb{Z}_{12} .
 - c) Mostrare che, rispetto al prodotto sopra definito, S è un gruppo.

Risposte:

a) $r \in \{$	$\}$	b)
---------------	------	----

Elaborato:

5. In $\text{Mat}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ è data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Determinare gli autovalori e i corrispondenti autospazi di A .

b) Stabilire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo trovare una base di \mathbb{R}^3 di autovettori di A .

Risposte:

<p>a) $\lambda_1 =$, $V_{\lambda_1} =$; $\lambda_2 =$, $V_{\lambda_2} =$...</p>	<p>b) NO <input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> con base $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$</p>
--	--

Elaborato: