

Intendo sostenere l'orale nel periodo (spuntare il periodo che interessa. L'esame può essere al pomeriggio, ma non nel week-end):
 22 – 23 settembre 29 – 30 settembre
 con l'esclusione dei seguenti giorni:
 indirizzo e-mail: _____

Consegnare solo questo foglio: esso deve contenere oltre ai risultati anche lo svolgimento e le opportune giustificazioni. Ogni quesito vale 7 punti.

Matematica del Discreto per Informatica

17 settembre 2015

1. Considerare l'applicazione lineare $f_k: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f_k \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2k & 3-k & -2 & k+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}.$$

- a) Al variare del parametro reale k determinare la dimensione del nucleo di f_k .
- b) Stabilire se per $k = 1$ il vettore $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di f_1 .

Risposte:

a) se k $\dim(\ker f_k) = \dots$ se k $\dim(\ker f_k) = \dots$	b)
---	----

Elaborato:

2. Considerare l'insieme X delle matrici $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ con $(a,b) \neq (0,0)$. Mostrare che
- ogni matrice appartenente a X è invertibile,
 - rispetto al prodotto righe per colonne X è un sottogruppo del gruppo $GL_2(\mathbb{R})$ di tutte le matrici quadrate di ordine 2 invertibili.

Elaborato:

3. Dato l'insieme $S = \{ a, b, c, d, e \}$, considerare la relazione \mathcal{R} su S così definita:

$$\mathcal{R} = \{ (a, a), (d, e), (a, b), (d, c), (a, c) \}.$$

- Scrivere la matrice di incidenza
- Stabilire, scrivendo le motivazioni, se \mathcal{R} è:
 - riflessiva
 - antisimmetrica
 - transitiva
 - una applicazione

<i>Risposte</i>	a) $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right)$	b) 1. 2. 3. 4.
-----------------	--	-------------------------

Elaborato:

4.

- a) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione diofantea $15x + 63y = 12$.
- b) Stabilire quante e quali sono le soluzioni distinte dell'equazione $[15]_{63} \cdot [x]_{63} = [12]_{63}$, ove con $[a]_{63}$ si denota la classe di resto modulo 63 rappresentata dal numero intero a .

Risposte:

a)	b)
----	----

Elaborato:

5. In $\text{Mat}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & t \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Al variare del parametro reale t , stabilire

a) quanti autovalori reali ha A_t ;

b) se A_t è diagonalizzabile.

c) Posto infine $t = -3$, determinare una base di \mathbb{R}^3 di autovettori per A_{-3} .

Risposte:

a) Se $t \dots$ se $t \dots$ se $t \dots$	b) è diagonalizzabile se $t \dots$	c) $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$
---	---------------------------------------	---

Elaborato: