

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

È possibile sostenere l'orale in uno dei seguenti giorni 24/7, 29/7. Indicate qui la data scelta:

indirizzo e-mail:

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (22/7/2015)

1. (12 punti) Della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{2x+5}}$ si determinino nell'ordine:
- l'insieme di definizione, gli zeri e il segno;
 - i limiti agli estremi dell'I. D.;
 - la derivata prima e le equazioni delle rette tangenti al grafico nei punti di ascissa 2 e -3;
 - gli intervalli di monotonia, i punti di estremo relativo e i valori assunti in essi dalla funzione. Si tracci il grafico della funzione.
2. (4 punti) Si calcoli la primitiva della funzione $\frac{x \ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3}$ che vale 5 in $x = 2$, precisando l'intervallo in cui è definita.
3. (4 punti) Si considerino le funzioni, definite nell'intervallo $I = [0, \frac{\pi}{2}]$ dalle leggi $f(x) = \cos(x)$ e $g(x) = x^3 + 1$. Se ne traccino (con brevi considerazioni) i grafici, limitatamente al dominio indicato, evidenziandone le intersezioni. Si tratteggi la regione *limitata* R del piano xOy delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$ e si calcoli l'area di R .
4. (4 punti) Si consideri la funzione $f(t) = \frac{1 - e^{-2t}}{t^{3/2}}$. Si utilizzino opportuni criteri (dopo averne verificato l'applicabilità) per stabilire se l'integrale improprio $\int_{0^+}^{+\infty} f(t) dt$ è convergente.
5. (4 punti) Si determinino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - 2\sqrt{2}xy + 2y^2 - x$ e li si studino.
6. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y' + 4y - y^2 = 0$ e si risolva il corrispondente problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = 1$, precisando dominio e immagine della soluzione.
7. (4 punti) Si determinino le equazioni della retta che passa per il punto $A = (0, 1, 1)$ ed è perpendicolare alle due rette di equazioni rispettivamente $\begin{cases} x + y = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + 3s \\ y = -s \\ z = 1 \end{cases}$.
8. (3 punti) Si determini la rappresentazione algebrica del numero complesso

$$z = \left(\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i} \right)^8.$$