$f(x)= \sqrt{x^2-4x} + 3x$ . Studiarla! Completare lo studio con la monotonia dif

① I.D. $x^2-4x \ge 0$ : $(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$

② $\lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0)=0$ $\qquad$ $\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)=12$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty+\infty=+\infty$ . È possibile che esista un asintoto obliquo?

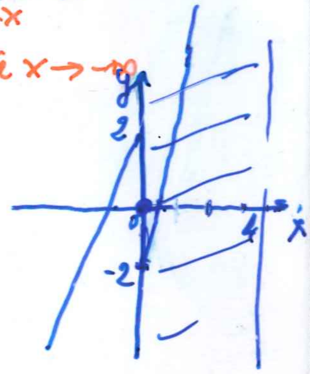
forse sì! $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2}+3x}{x} = 4$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-4x = \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x^2}-4x-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2-4x}+x} =$

$=\lim_{x\to+\infty} \frac{-4x}{|x|+x} = -2$ Asint. obl. per $x\to+\infty$ : $y=4x-2$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{1-\frac{4}{x}} + 3x = \lim_{x\to-\infty} -x+3x = -\infty$

$|x|=-x$ poiché $x\to-\infty$




è possibile che esista as. obliquo

$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(2x) = \lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-4x}+x = [\infty-\infty]$

$=\lim_{x\to-\infty} \left(|x|\sqrt{1-\frac{4}{x}}+x\right) = \lim_{x\to-\infty} x\left(-\sqrt{1-\frac{4}{x}}+1\right) =$

$|x|=-x$ poiché $x\to-\infty$

per $x\to-\infty$ $\sqrt{1-\frac{4}{x}}$ è del tipo $(1+t)^\alpha$ con $t\to0$ e $\alpha=\frac{1}{2}$
$t=\frac{-4}{x}$

$(1+t)^\alpha = 1+\alpha t+o(t)$

$=\lim_{x\to-\infty} \left(\cancel{-1}-\frac{1}{2}\left(-\frac{4}{x}\right)+o\left(\frac{1}{x}\right)+\cancel{1}\right)\cdot x = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{x}\cdot x+o\left(\frac{x}{x}\right)\right) = 2+0$

$\Rightarrow$ asintoto obliquo per $x\to-\infty$ è $y=2x+2$