

Formulario ammesso per la prova di Matematica del Continuo per Informatica Musicale

Formule di addizione: $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$; $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

Confronto di infiniti: per ogni $\alpha > 0$ e per $x \rightarrow +\infty$ risulta: $\ln(x) = o(x^\alpha)$, $x^\alpha = o(e^x)$

Derivate elementari (e primitive corrispondenti):

| | | | | | | | | | |
|---------|-----------------------|----------|-------|----------|-----------|---|--------------------------|---------------------------|-------------------|
| $f(x)$ | x^α | $\ln x $ | e^x | $\sin x$ | $\cos x$ | $\tan x$ | $\arcsin x$ | $\arccos x$ | $\arctan x$ |
| $f'(x)$ | $\alpha x^{\alpha-1}$ | $1/x$ | e^x | $\cos x$ | $-\sin x$ | $1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\frac{1}{1+x^2}$ |

| | |
|--|--|
| Regole di derivazione: | Regole di integrazione: |
| $D(af(x) + bg(x)) = af'(x) + bg'(x)$ | Scomposizione $\int (af(x) + bg(x))dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)dx$ |
| $D(f(x) \cdot g(x)) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ | Per parti $\int f(x) \cdot g'(x)dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x)dx$ |
| $D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$ | |
| $D(f(g(x))) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, in particolare $D\left(\frac{1}{g(x)}\right) = \frac{-g'(x)}{(g(x))^2}$ | Per sostituzione $\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = f(g(x))$ oppure $\int f(x) dx = \left(\int f(g(t)) \cdot g'(t) dt\right)_{t=g^{-1}(x)}$ |
| $D(f^{-1}(y)) = \frac{1}{f'(x)}$ ove $x = f^{-1}(y)$ | |

Formule di Mac Laurin con il resto nella forma di Peano (e confronto di infinitesimi): per $x \rightarrow 0$ risulta

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + (-1)^n \frac{1}{n}x^n + o(x^n)$$

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 + \dots + \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} + o(x^{2k+1})$$

$$\arctan x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots + \frac{(-1)^k}{(2k+1)}x^{2k+1} + o(x^{2k+1})$$

$$\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = \sinh x = x + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 + \dots + \frac{1}{(2k+1)!}x^{2k+1} + o(x^{2k+1})$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 + \dots + \frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} + o(x^{2k})$$

$$\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = \cosh x = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 + \dots + \frac{1}{(2k)!}x^{2k} + o(x^{2k})$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + o(x^7)$$

$$\tanh x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + o(x^7)$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n)$$

In particolare

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + o(x^4)$$