NUMERI COMPLESSI

Dopo aver calcolato modulo e argomento del numero complesso $z = -64i$, si trovino il modulo e gli argomenti principali delle sue radici seste e si rappresentino tali radici nel piano di Argand-Gauss. Si calcolino poi tali radici in forma algebrica.

Dopo aver calcolato modulo e argomento del numero complesso $z = 64i$, si trovino il modulo e gli argomenti principali delle sue radici seste e si rappresentino tali radici nel piano di Argand-Gauss. Si calcolino poi tali radici in forma algebrica.

Dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss, si calcolino in forma algebrica le radici ottave del numero complesso -16.

Dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss, si calcolino in forma algebrica le radici terze del numero complesso $4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\, i$.

Dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss, si calcolino in forma algebrica le radici ottave del numero complesso $-128 - 128\sqrt{3}i$.

Si trovino le radici terze del numero complesso $z = \frac{\sqrt{2}}{16} + \frac{\sqrt{2}}{16} i$ in forma algebrica, dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss.

Dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss, si calcolino in forma algebrica le radici quarte di $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$.

Dopo aver calcolato modulo e argomento del numero complesso $z = -16\sqrt{2} - 16i$, si trovino il modulo e gli argomenti principali delle sue radici quinte e si rappresentino tali radici nel piano di Argand-Gauss. Se ne calcoli poi almeno una in forma algebrica, spiegando con quale strategia calcolare le altre. Se serve, si ricordi che $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Dopo aver calcolato modulo e argomento del numero complesso $z = -16\sqrt{2} - 16i$, si trovino il modulo e gli argomenti principali delle sue radici quinte e si rappresentino tali radici nel piano di Argand-Gauss. Se ne calcoli poi almeno una in forma algebrica, spiegando con quale strategia calcolare le altre (ci sono simmetrie utili?). Se serve, si ricordi che $cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Sia $z_0 = 4 - 3i$ una radice ottava di un numero complesso α; si scrivano in forma algebrica le restanti radici ottave di α, dopo averle rappresentate nel piano di Argand-Gauss.

Si mostri che w è una radice n-esima del numero complesso z se e solo se $\overline{w}$ è una radice n-esima di $\overline{z}$.

Si dia una fattorizzazione del polinomio a coefficienti reali $P(x) = (x + 2)^4 + 1$ in polinomi a coefficienti complessi di primo grado e se ne rappresentino le radici nel piano di Argand-Gauss.

Siano α e β le radici quadrate, aventi parte reale positiva, rispettivamente dei numeri complessi $\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$ e $\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$.

a) Si dimostri che α e β hanno ugual modulo e argomento principale opposto e se ne deduca che α+β è un numero reale positivo;

b) si mostri che αβ coincide con il modulo di $\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$;

c) si calcoli α+β (si consiglia di trovarne prima il quadrato).

Si rappresenti sul piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi z per i quali, denotato con arg ( ) l'argomento principale del numero in esame, si ha

$$|z-1| \le \left|\frac{z}{2}\right| \ \text{ e } \ 3\,arg\,z > \frac{\pi}{2} + arg\,\bar{z}\,.$$

Si rappresenti sul piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi z per i quali risulti $|z-2| \le |z+i| < \frac{5}{4}$. Denotati con α e β due numeri complessi, che cosa rappresenta l'uguaglianza $|z-\alpha| = |z-\beta|$ nel piano di Argand-Gauss?

Si rappresenti sul piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi z per i quali risulti $|z+1| \le |z-2i| < \frac{5}{2}$. Denotati con α e β due numeri complessi, che cosa rappresenta l'uguaglianza $|z-\alpha| = |z-\beta|$ nel piano di Argand-Gauss?

Si rappresenti sul piano di Argand-Gauss l'insieme dei numeri complessi z per i quali, denotato con arg ( ) l'argomento principale del numero in esame, si ha

$$|z-1| \le \left|\frac{z}{2}\right| \ \text{ e } \ 3\,arg\,z > \frac{\pi}{2} + arg\,\bar{z}\,.$$

Si denoti con arg(z) l'argomento principale del numero complesso non nullo z. Si dica, motivando, se le seguenti uguaglianze sono verificate da ogni numero complesso non nullo z:

$$\arg(z\bar{z}) = \arg(z)\arg(\bar{z}), \quad \arg(z\bar{z}) = \arg(z)+\arg(\bar{z}), \quad \arg(z\bar{z}) \equiv \arg(z)+\arg(\bar{z}) \bmod 2\pi.$$

Si denoti con arg(z) l'argomento principale del numero complesso non nullo z. Si dica, motivando, se le seguenti uguaglianze sono verificate da ogni numero complesso non nullo z:

$$\arg(z\bar{z}) = \arg(z)\arg(z^{-1}), \quad \arg(z\bar{z}) = \arg(z)+\arg(z^{-1}), \quad \arg(z\bar{z}) \equiv \arg(z)+\arg(z^{-1}) \bmod 2\pi.$$

Senza operare conti, si dica quali delle seguenti disuguaglianze sono risolubili, quali impossibili, quali prive di significato

$$z+\bar{z}+|z|^2 \le 0, \qquad z+\bar{z}+|z|^2 \le 0, \qquad |2z| < |z-\bar{z}|.$$