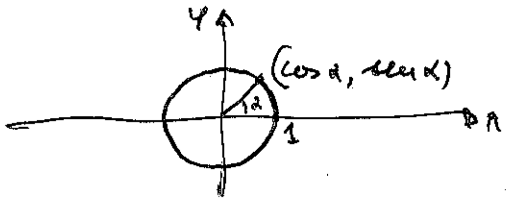
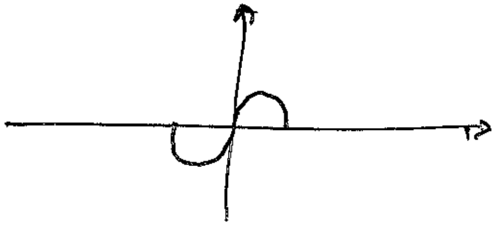
$\mathrm{sen}(\alpha_1+\alpha_2) = \mathrm{sen}\,\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\alpha_1\, \mathrm{sen}\,\alpha_2$

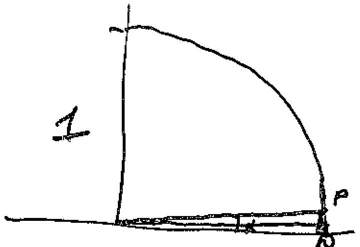
$\cos(\alpha_1+\alpha_2) = \cos\alpha_1 \cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha_1\, \mathrm{sen}\,\alpha_2$

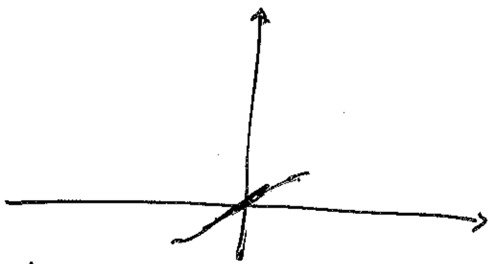


Il grafico di sen x in prossimità dell'origine non è



retta
la tangente
nell'origine (0,0)
non è
x=0



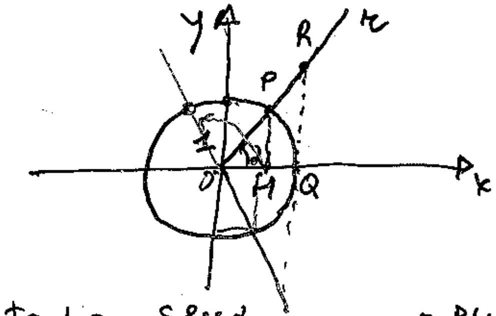


l'ordinata di P, quando P si avvicina a Q, è sempre più vicina alla lunghezza dell'arco QP e quindi

$\mathrm{sen}\,x \sim x$ quando x è molto piccolo

$\cos n\alpha$? $n \in \mathbb{N}$

$= \cos((n-1)\alpha + \alpha)$



y e QR sono parallele

$\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ OPH e ORQ sono simili

$= \dfrac{\overline{RQ}}{\overline{OQ}} = \overline{RQ}$ perché $\overline{OQ} = 1$

e in generale la tangente è l'ordinata del punto intercettato dalla semiretta libera r dell'angolo di misura α sulla retta tangente alla circ. goniometrica nel punto Q

La tangente è una funzione periodica di periodo π in quanto

$\mathrm{tg}(x+\pi) = \dfrac{\mathrm{sen}(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \dfrac{-\mathrm{sen}\,x}{-\cos x} = \mathrm{tg}\,x$

(cos α, sen α) è un punto della circonferenza goniometrica e quindi

$$\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow \quad \cos^2\alpha = 1 - \text{sen}^2\alpha$$
$$\text{sen}^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\text{sen}^2\alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{8}\cdot 2\right) = 2\cos^2\frac{\pi}{8} - 1$$

$$\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$$

$$x^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{2}+2}{4}} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+2}{4}}$$

$$2\,\text{sen}^2\frac{\pi}{8} = 1 - \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{sen}\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$$

$$2\beta = \alpha \qquad \frac{\alpha}{2} = \beta$$

Monotonia

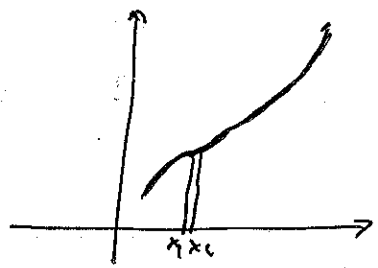
$f : (a,b) \longrightarrow \mathbb{R}$, $(a,b) \subset \mathbb{R}$ (a, b potrebbero anche essere $-\infty$ o $+\infty$)

dico che f è monotona crescente (DECRESCENTE) in (a,b) se $\forall\, x_1, x_2 \in (a,b)$ con $x_1 < x_2$ si ha

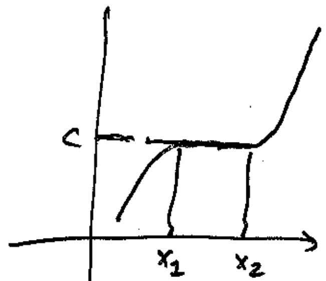
$$f(x_1) < f(x_2) \quad (>)$$

dico che f è monotona non decrescente in (a,b) se $\forall\, x_1, x_2 \in (a,b)$ con $x_1 < x_2$ si ha

$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

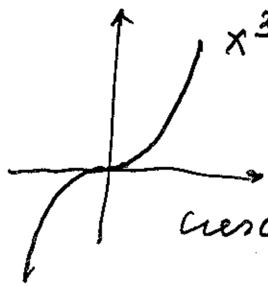


CRESC



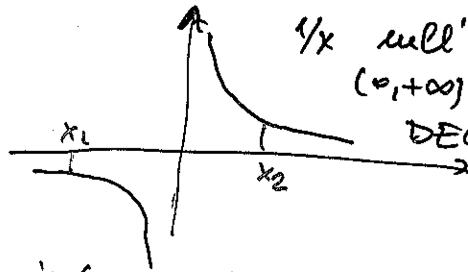
NON DECR.

SPIEGA LA SCELTA DI DEF MONOTONIA SU (a,b)



x^3

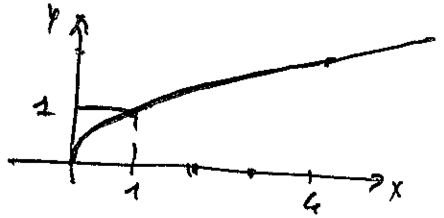
crescente



1/x nell'interv. $(0,+\infty)$ è DECRESC.

in $(-\infty,0)$ $\frac{1}{x}$ è DECRESC.

1. $f(x)=\sqrt{x}$ I.D.: $[0,+\infty)$ $\mathcal{I}(f)=[0,+\infty)$

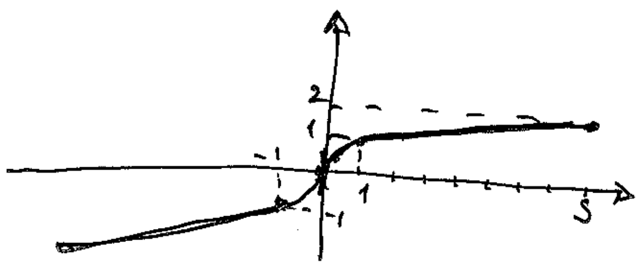


$y=\sqrt{x} \iff \begin{cases} y^2=x \\ y\ge 0 \end{cases}$

crescente
con tangente verticale nell'origine

---

2. $f(x)=\sqrt[3]{x}$ I.D.: $\mathbb{R}$ $\mathcal{I}(f)=\mathbb{R}$



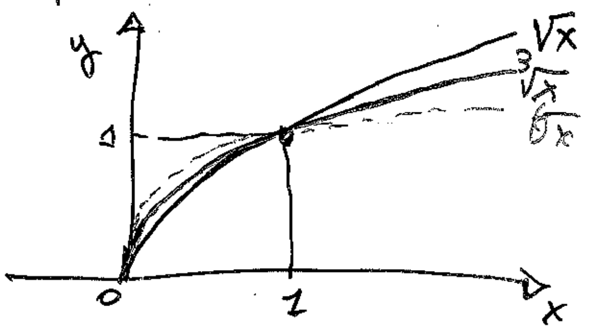
$y=\sqrt[3]{x}$

$y^3=x$

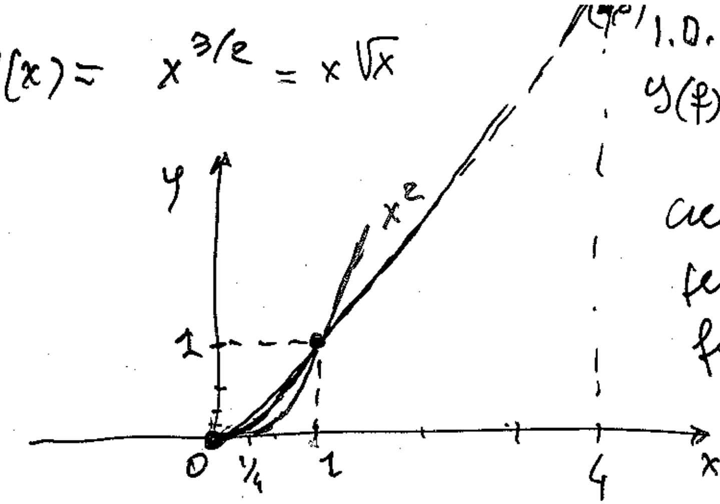
il ruolo di x e y è scambiato rispetto a quello che ho nel grafico di $f(x)=x^3$ ($y=x^3$)

grafico simmetrico rispetto (0,0) con tang. vert. in (0,0)

Confronto $\sqrt[3]{x}$ e $\sqrt{x}$ nel I quadr.



$f(x)=x^{3/2}=x\sqrt{x}$ I.D. $=[0,+\infty)$ $\mathcal{I}(f)=[0,+\infty)$



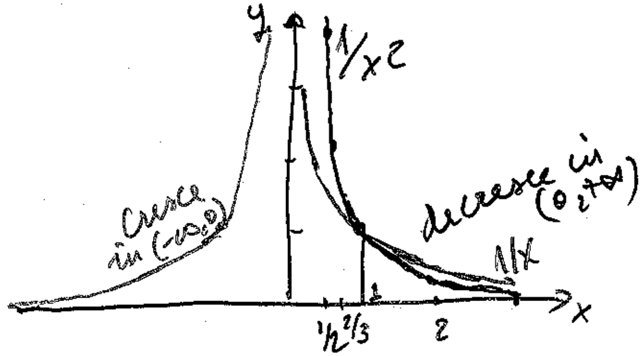
crescente per le oss. fatte sulle potenze

$f(x)=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$ I.D. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$f(x)>0 \quad \forall x$

$\mathcal{I}(f)=(0,+\infty)$

funz. pari



$f(x)$ crescente e >0 (nell'esempio $f(x)=x^2$ $(0,+\infty)$) in (a,b)

$\Downarrow$

$\frac{1}{f(x)}$ è decrescente in (a,b)

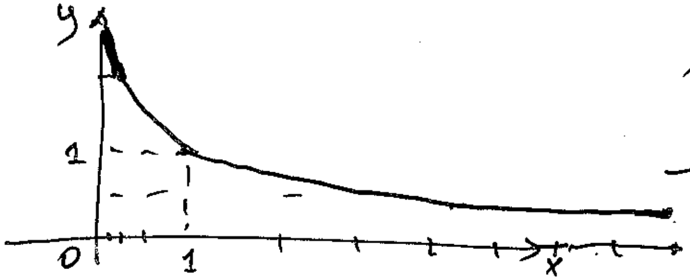
perché $\forall x_1<x_2$ $\quad 0<f(x_1)<f(x_2)$

$\frac{1}{f(x_1)}>\frac{1}{f(x_2)}$

$f(x) = x^{-1/3}$

I.D. $(0, +\infty)$

$\mathcal{I}(f) = (0, +\infty)$



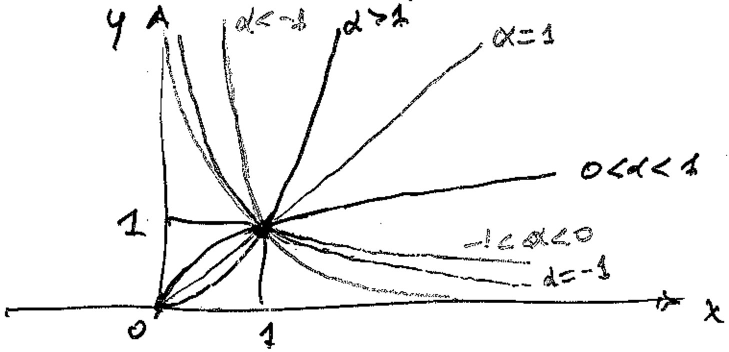
$\sqrt[3]{x}$ cresce $\Downarrow$

$\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ o $\dfrac{1}{x^{1/3}}$ decrescente

$x = \frac{1}{8}$ $\quad f(x) = 2$

$x = 8$ $\quad f(x) = \frac{1}{2}$

Consiglio: riportare tutti i grafici di potenze fin qui fatti su un unico sist. di riferimento.



$f(x) = x^{\alpha}$ $\quad$ I.D. $(0, +\infty)$

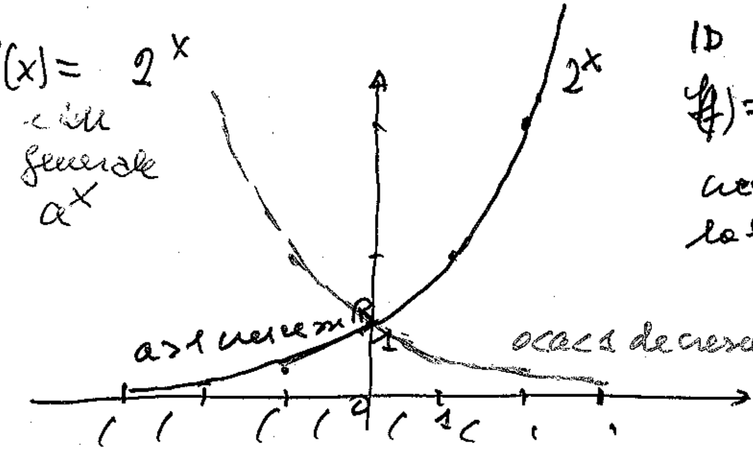
$f(x) = 2^x$

in generale a^x

ID $\mathbb{R}$

$\mathcal{I}(f) = (0, +\infty)$

crescente perché la base è > 1

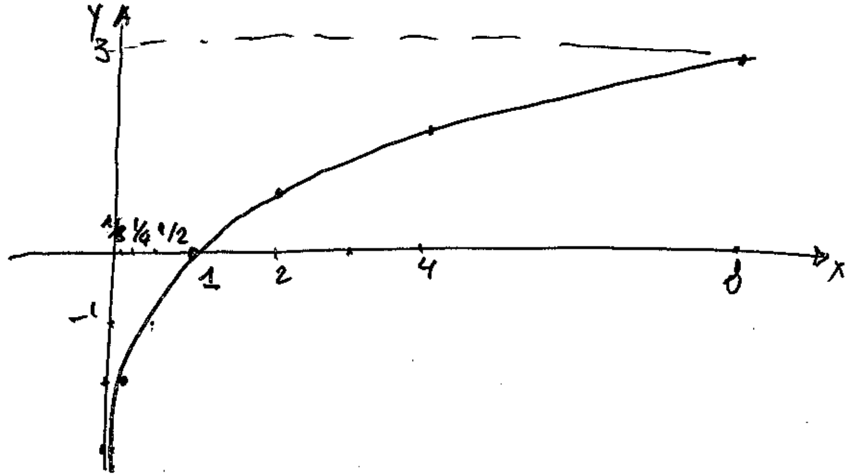


$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$

$f(x) = \log_2(x)$

I.D. $(0, +\infty)$

$\mathcal{I}(f)$ $\mathbb{R}$



$g \circ f$

$f(x) = |x|$

$g(x) = x+1$

$A \xrightarrow{f} B \qquad A = \mathbb{R}$

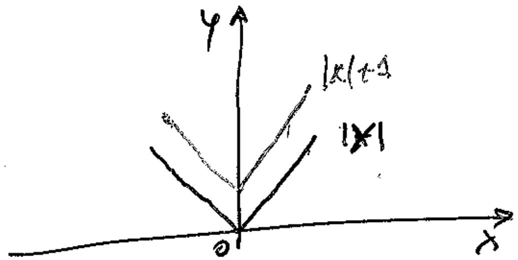
$\qquad\qquad\quad I(f) = B = [0,+\infty)$

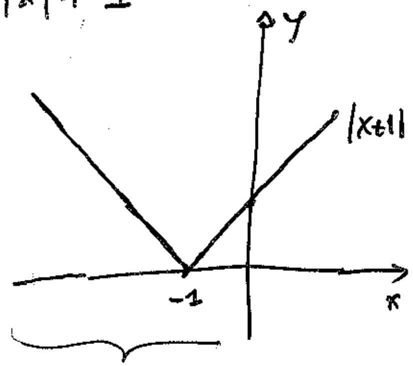
$B \xrightarrow{g} C \qquad I(g) = [1,+\infty)$

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

dominio di g: $[0,+\infty)$

$$g \circ f\,(x) = g(|x|) = |x| + 1$$





qui il grafico è diverso

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f: \mathbb{R} \to [0,+\infty)$

$$f \circ g\,(x) = f(x+1) = |x+1|$$

quindi le due funzioni sono $\neq$.

$A \underset{g}{\overset{f}{\rightleftarrows}} B$ definite rispettivamente su tutti i punti di A e su tutti i punti di B

$g \circ f: A \to A$ se $g \circ f(x) = x \quad \forall x \in A$

$f \circ g: B \to B$ e $f \circ g(y) = y \quad \forall y \in B$

Allora dico che f è invertibile e che g è l'inversa di f che viene denotata con f^{-1}

$g \circ f =$ identità su A

$f \circ g =$ identità su B