$$\overbrace{\log_3\sqrt{3x+1} - \log_3\sqrt{9x^2-1}}^{f(x)} \geq 0$$

4

$\sqrt{3x+1}$ è definita per $3x+1\geq 0$ cioè $x\geq -1/3$

$\sqrt{9x^2-1}$ " " $9x^2-1\geq 0$ cioè o $x\leq -1/3$ o $x\geq 1/3$

I corrispondenti logaritmi sono definiti

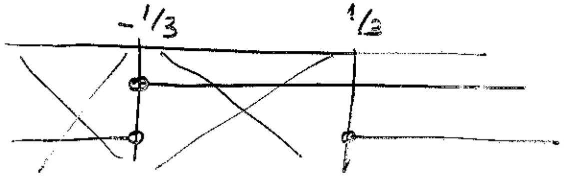
I) per $x > -1/3$

II) per $x < -1/3$ oppure $x > 1/3$

per trovare l'I.D. della funzione $f(x)$ faccio l'intersezione dei due

I.D. I

I.D. II



I.D. di $f(x)$ è $(1/3, +\infty)$

Nell' I.D.:

$\log_3\sqrt{3x+1} - \log_3\sqrt{9x^2-1} =$ prop. dei log.

$$\log_3\frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{9x^2-1}} \underset{\uparrow}{=} \log_3\sqrt{\frac{3x+1}{9x^2-1}} \underset{\uparrow}{=} \log_3\frac{1}{\sqrt{3x-1}} =$$

Dato che tanto $3x+1\geq 0$ quanto $9x^2-1\geq 0$ — $3x+1\neq 0$

$$\underset{\text{prop. log.}}{=} -\log_3\sqrt{3x-1} \underset{\text{log.}}{=} -\frac{1}{2}\log_3(3x-1)$$

Devo risolvere $\begin{cases} -\frac{1}{2}\log_3(3x-1)\geq 0 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$ equivale

In questo caso:
si può anche - dopo lo studio dell'ID - scrivere

$\log_3\sqrt{3x+1} \geq \log_3\sqrt{9x^2-1}$

$\Downarrow$

$\sqrt{3x+1} \geq \sqrt{9x^2-1}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} 3x+1 \geq 9x^2-1 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$

$\begin{cases} (3x+1)(3x-2)\leq 0 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$ ...

$\rightarrow$ ovviamente il metodo non funziona se $\log - \log \geq c$ con $c\neq 0$

GIORNO 10/10 1

2

$\begin{cases} \log_3(3x-1)\leq 0 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$

la base 3 del log. è >1 (visto che 3^t è funz. CRESCENTE, conserva il verso della disug.

applico l'esponenziale a entrambi i membri della disug.

$$\begin{cases} 3^{\log_3(3x-1)} \leq 3^0 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases} \iff \begin{cases} 3x-1\leq 1 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$$

$\begin{cases} x\leq 2/3 \\ x\in(1/3,+\infty)\end{cases}$: $\boxed{\text{Soluz: } (1/3, 2/3]}$

Monotonia:

$f(x) = x^2$

è monotona crescente se $x\in(0,+\infty)$

decrescente se $x\in(-\infty,0)$

nulla si può dire su intervalli che comprendono lo 0

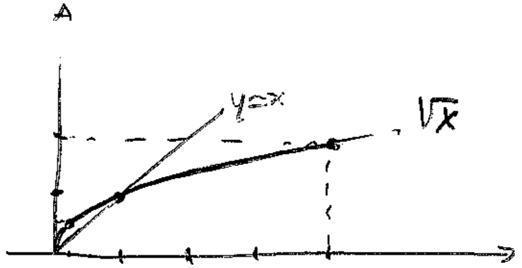
$f(x) = x^{2k}$ $k\in\mathbb{Z}$

$f(x) = x^3$ monotone crescenti

x^{2k+1} $k\in\mathbb{Z}$

$f(x) = \sqrt{x}$ I.D. $[0,+\infty)$

è crescente



x	0	1	4	1/4
$\sqrt{x}$	0	1	2	1/2

Im $\sqrt{x} = [0,+\infty)$

se $x_2 > x_1$ allora $\sqrt{x_2} > \sqrt{x_1}$?

Come potrei dimostrarlo?

Per assurdo $\exists\ x_1, x_2 \in [0,+\infty)$ t.c.

$\boxed{x_1 < x_2}$ e $\boxed{\sqrt{x_1} \geq \sqrt{x_2}}$

visto che $\sqrt{x_1} \geq 0$ $\quad x_1 = \sqrt{x_1}\cdot\sqrt{x_1} \geq \boxed{\sqrt{x_2}\cdot\sqrt{x_1}}$

$\sqrt{x_2} \geq 0$ $\quad \boxed{\sqrt{x_1}\cdot\sqrt{x_2}} \geq \sqrt{x_2}\cdot\sqrt{x_2} = x_2$

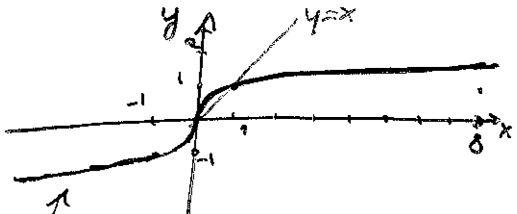
$x_1 \geq \sqrt{x_2}\sqrt{x_1} \geq x_2$ IMPOSSIBILE

Non può esistere una coppia di elem. $x_1, x_2 \in [0,+\infty)$ t.c. $x_1 < x_2$ e $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$

$\Rightarrow$ $\sqrt{x}$ è crescente.

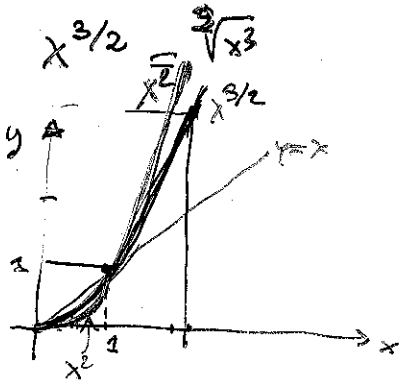
$f(x) = \sqrt[3]{x}$ $\quad$ I.D. $\mathbb{R}$ $\quad$ Im. $\mathbb{R}$ $\quad \boxed{\sqrt[3]{x} = y \Rightarrow x = y^3}$

crescente



per simmetria

$x^{3/2}$ $\quad \sqrt[2]{x^3}$



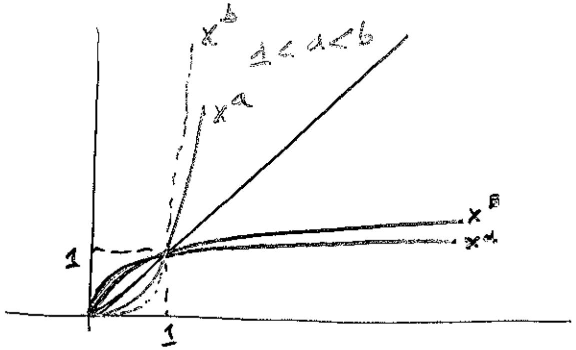
I.D. $[0,+\infty)$

Im. $[0,+\infty)$

x	0	1/4	4/9	9/4
$x^{3/2}$	0	1/8	8/27	27/8
x^2	0	1/16	16/81	

$8\cdot 81 = 648$

$27\cdot 16 < 500$

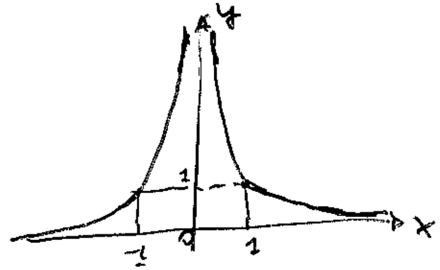


CRESCENTI

se $0 < \alpha < \beta < 1$

$f(x) = \dfrac{1}{x^2} = x^{-2}$ $\quad$ I.D. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

Imm: $(0,+\infty)$



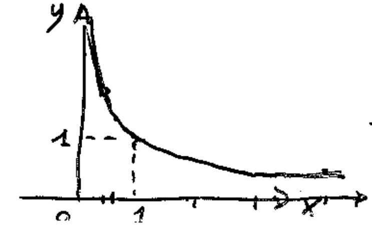
PARI

crescente in $(-\infty,0)$

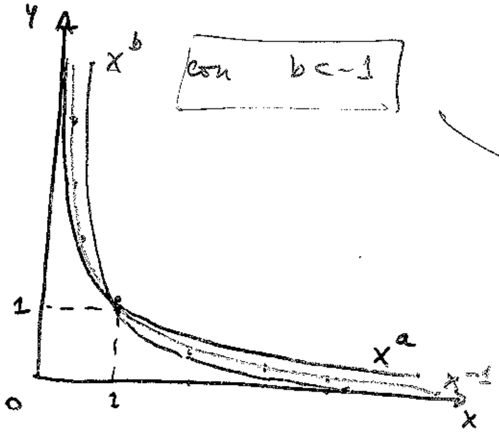
decresc. in $(0,+\infty)$

$f(x) = x^{-1/2}$ $\quad$ I.D. $(0,+\infty)$

Im $(0,+\infty)$



x	1/4	16/25 $=0{,}64$	4
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	2	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$



$\boxed{\text{con } b<-1}$

DECRESCENTI
e se
$b<\beta<-1$
x^b è più discosto da x^β da y e meno da x

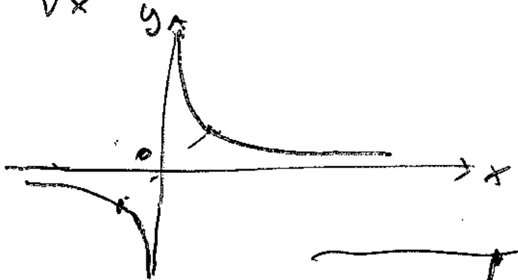
$\boxed{-1<a<0}$

ROVESCIO

vale anche per le potenze con esp. reale.

$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ la I.D. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-1/3}$ $(x\neq 0)$



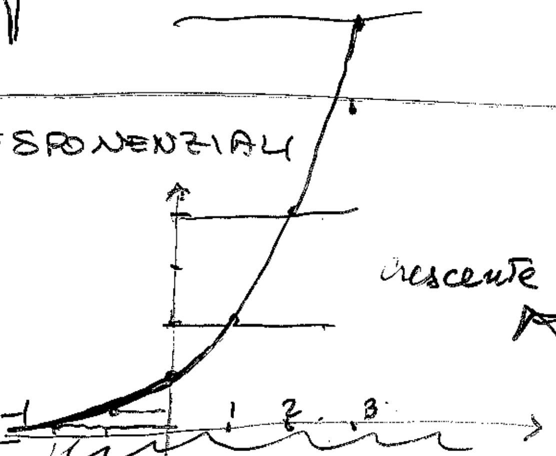
FUNZIONI ESPONENZIALI

$f(x) = 2^x$

I.D. $\mathbb{R}$

Imm. $(0,+\infty)$

x	0	1	2	3	-1
2^x	1	2	4	8	1/2



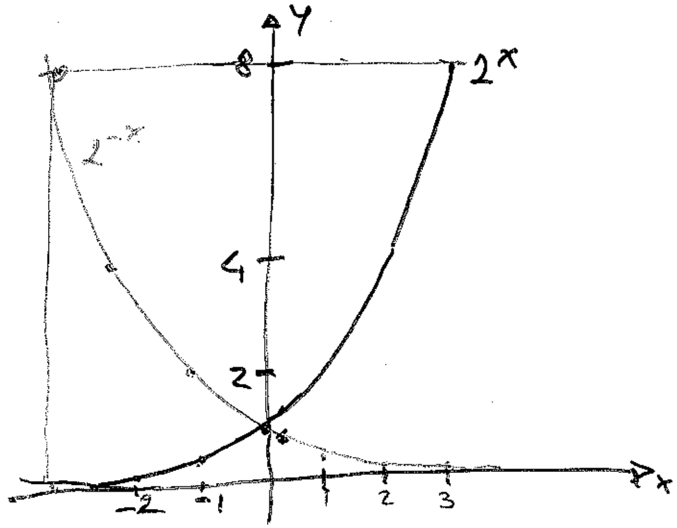
crescente

$c<d \Rightarrow 2^c < 2^d$

poiché la base 2 è >1

$f(x) = 2^{-x}$

il grafico è ottenuto per simmetria rispetto all'asse y e quindi si vede che la funz. decresce

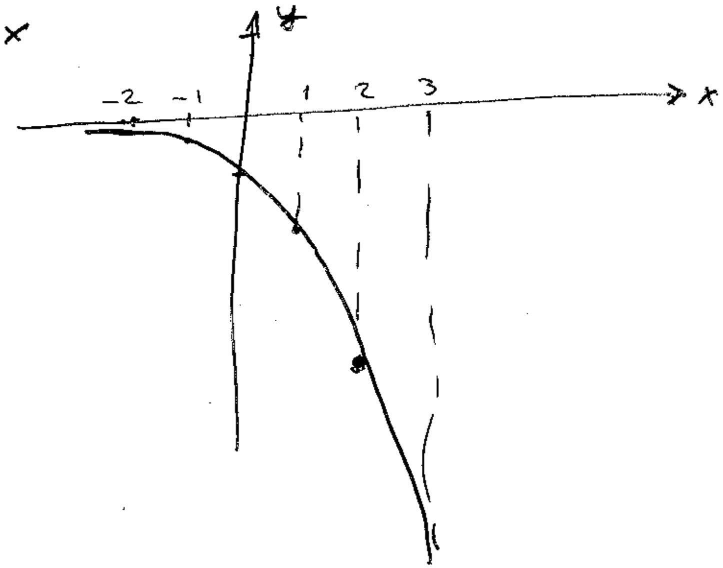


$$2^{-x} = (2^x)^{-1} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

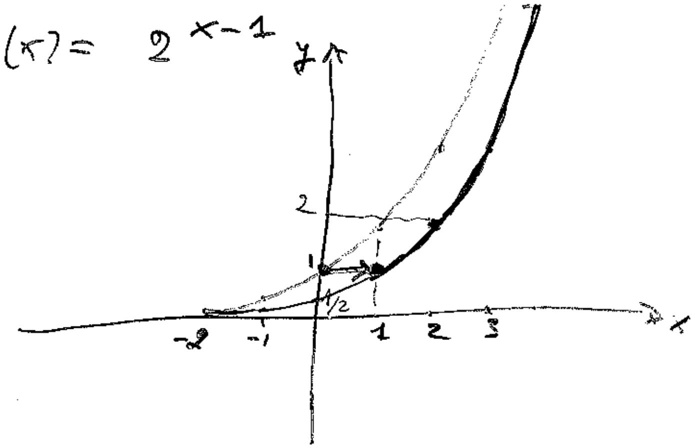
la base $\frac{1}{2}$ è <1 $\Rightarrow$ $c<d \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^c > \left(\frac{1}{2}\right)^d$

$f(x) = -2^x$

simmetrico rispetto asse x il grafico di 2^x



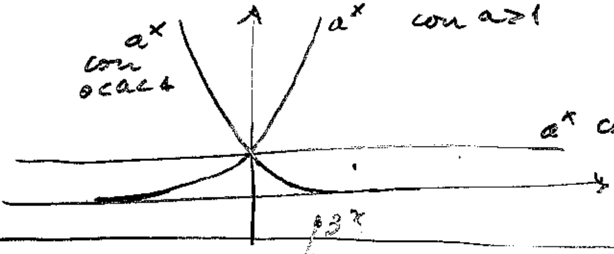
$f(x) = 2^{x-1}$



$f(x) = 2^{1-x} = 2^{-(x-1)}$ avrà il grafico simmetrico risp. asse y del grafico di 2^{x-1}

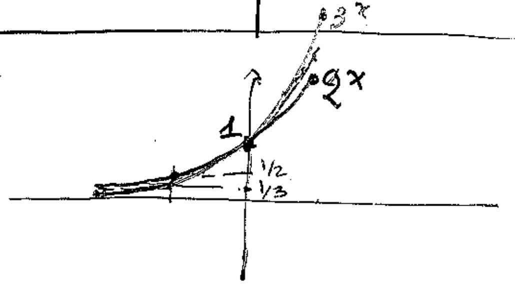
$f(x) = a^x$ è una funz. definita in $\mathbb{R}$ con immagine $(0,+\infty)$ crescente se $a>1$ decrescente se $0<a<1$

se $a=1$ è la funz. costante $f(x)=1$



$f(x) = 2^x$

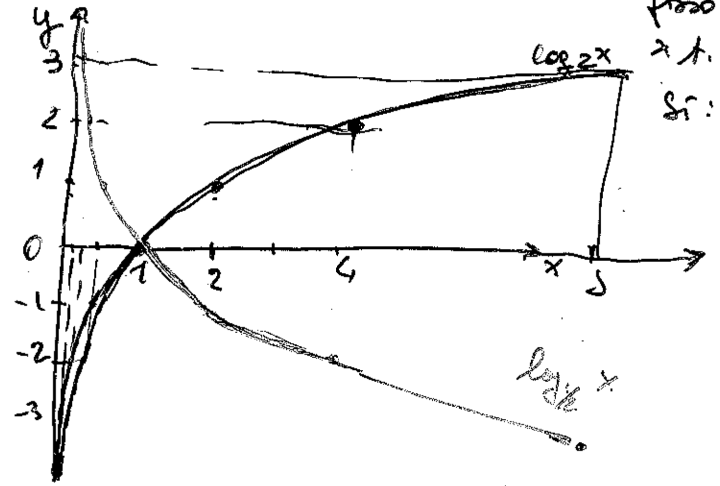
$g(x) = 3^x$



$f(x) = \log_2 x$ I.D. $(0,+\infty)$. Imm: $\mathbb{R}$

fisso $\bar{y}$: esiste x t.c. $\log_2 x = \bar{y}$?

Sì: $x = 2^{\bar{y}}$

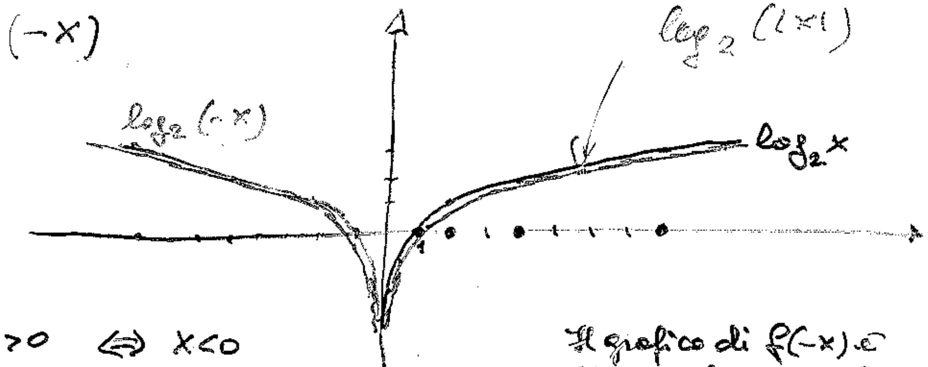


x	1	2	4	8	1/2	1/4	1/8
$\log_2 x$	0	1	2	3	-1	-2	-3
$\log_{1/2} x = -\log_2 x$							

$\log_a x$ è una funzione crescente se $a>1$

" decrescente se $0<a<1$

$\log_2(-x)$



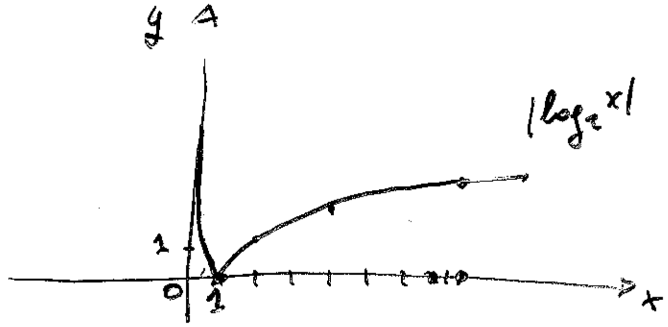
$-x>0 \iff x<0$

Il grafico di $f(-x)$ è simmetrico rispetto all'asse y di quello di $f(x)$

$\log(|x|) = \begin{cases} \log x & \text{se } x>0 \\ \log(-x) & \text{se } x<0 \end{cases}$ è l'unione di due

$$f(x) = |\log_2 x| = \begin{cases} \log_2 x & \text{se } \log_2 x \geq 0 \\ -\log_2 x & \text{se } \log_2 x < 0 \end{cases}$$ (4

$$= \begin{cases} \log_2 x & \text{se } x \geq 1 \\ -\log_2 x & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$



$f(x) = 2^{|x|}$