Risolvere il sistema 

$$\begin{cases} 6xy^2 - 6x^2 = 0 \\ 6x^2y - 6y = 0 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} xy^2 - x^2 = 0 \\ x^2y - y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x(y^2 - x) = 0 & (1) \\ y(x^2-1) = 0 & (2) \end{cases}$$

$(x,y) \in \mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfino

ENTRAMBE LE EQUAZIONI (1), (2)

(1) vale se e solo se $x = 0$ oppure $y^2 - x = 0$

(2) vale se e solo se $y = 0$, $x = 1$, $x = -1$

se $x = 1$ ($\Rightarrow$ è soddisfatta (2)) nella 1ª eq. devo avere $y^2 - 1 = 0$ $<$ $y = 1$, $y = -1$

Soluzioni $(1,1)$, $(1,-1)$

Se $x = -1$ non può essere $x = 0$ ma neanche $y^2 - (-1) = 0$ poiché $y^2 + 1 \geq 1$

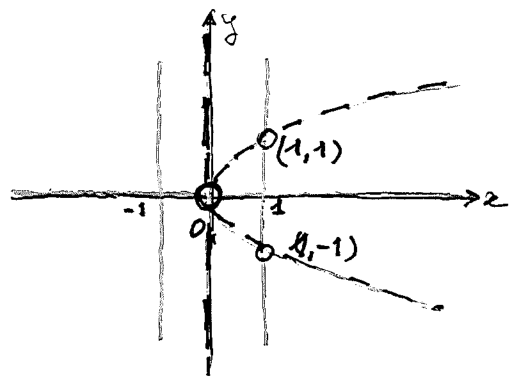
$\emptyset$

se $y = 0$ potrebbe essere $x = 0$

$0 - x = 0$

$\Rightarrow (0,0)$

$$\begin{cases} xy^2 - x^2 = 0 \\ x^2y - y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x(y^2 - x) = 0 \\ y(x-1)(x+1) = 0 \end{cases}$$



# NUMERI ... quali ?

**NATURALI** : $(\mathbb{N}, +, \cdot) = \{1, 2, 3, \dots, \ , \dots\}$
con le operazioni di somma e prodotto

$\supseteq$

**INTERI NON NEGATIVI**: $\mathbb{N} \cup \{0\}$

opposto di un numero

$\supseteq$

**INTERI** (relativi): $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots, n, -n, \dots\}$

$\subseteq$

inverso di un numero ?

**RAZIONALI POSITIVI** : $\mathbb{Q}^+ = \{1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 4, \dots, \frac{p}{q}\}$

con $p, q \in \mathbb{N}$ e

$$\frac{p}{q} = \frac{p'}{q'} \overset{}{\underset{DEF}{\Longrightarrow}} pq' = p'q$$

$\supseteq$

$\subseteq$

inverso di un numero non nullo?

**RAZIONALI** (relativi): $\mathbb{Q} = \{0, \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm 2, \dots \quad , \pm \frac{p}{q}, \dots\}$

con $p, q \in \mathbb{N}$ e la regola di identificazione vista sopra.

## SIMBOLOGIA

$X \subseteq Y$ : l'insieme $X$ <u>è contenuto</u> in $Y$ (cioè tutti gli elementi di $X$ sono anche elementi di $Y$).

$x \in X$ : l'elemento $x$ <u>appartiene</u> ad $X$ (cioè sta in $X$)

$X \cup Y$ : insieme <u>unione di</u> $X$ e $Y$ (insieme degli elementi che stanno in $X$ o in $Y$)

$\Longleftrightarrow$ : "se e solo se"

$X \cap Y$ = intersezione

---

$$\begin{array}{cccccccccc} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, & \dots & , & 2n-1, & 2n, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow & \downarrow & \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -2 & & & n & -n & \end{array}$$

Corrispondenza biunivoca
$\mathbb{N} \cup \{0\} \longleftrightarrow \mathbb{Z}$

---

$X$ contiene $Y$ $\quad X \supseteq Y$ $\quad$ linguaggio da usare per coppia di insiemi $X, Y$.

$X$ contiene l'elemento $y$ $\quad X \ni y$
$y$ appartiene all'insieme $X$ $\quad y \in X$

$\{y\} \subseteq X$ $\quad$ l'insieme formato dal solo elemento $y$ è contenuto in $X$.

---

$X, Y$ insiemi

$X \cup Y = \{$ elementi che stanno in $X$ o che stanno in $Y$ con "o" non è esclusivo $\}$
unione

$X \cap Y = \{$ elementi che stanno tanto in $X$ che in $Y\}$
intersezione

---

$A \Longrightarrow B$ : A IMPLICA B

$\Longleftrightarrow$ : SE e SOLO SE

$\rightsquigarrow$

---

# PROPRIETA' DEI RAZIONALI: $\mathbb{Q}$

ALGEBRICHE:

in $\mathbb{Q}$ sono definite due operazioni: $+, \cdot$
con le seguenti proprietà:

A0 $\forall a,b \in \mathbb{Q}$ : $a+b \in \mathbb{Q}$ | $a \cdot b \in \mathbb{Q}$ M0

A1 $a+b=b+a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ M1

A2 $\forall a,b,c \in \mathbb{Q}$ : $(a+b)+c = a+(b+c)$ | $(a \cdot b)\cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ M2

A3 $\exists z, u \in \mathbb{Q} : \forall a \in \mathbb{Q}$ $a+z=a$ | $a \cdot u = a$ M3

$z$: zero $=0$ | $u$: unità $=1$

A4 $\forall a \in \mathbb{Q}\ \exists \bar{a} \in \mathbb{Q} : a+\bar{a} = z$

$\bar{a}$ : opposto di $a$ | $-a$

$\forall a \in \mathbb{Q}\setminus\{0\}\ \exists a' \in \mathbb{Q}\setminus\{0\}$: | $a \cdot a' = u$ M4

$a'$ : reciproco di $a$

$\frac{1}{a}, a^{-1}$

D $\forall a,b,c \in \mathbb{Q}$ : $(a+b)\cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

$\Downarrow$

$\forall a,b \in \mathbb{Q}$ : $0 \cdot b = 0$

$(-a)\cdot b = a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$

$(ab)^{-1} = a^{-1} b^{-1}$

CONSEGUENZA DELL'ESISTENZA DEL RECIPROCO:

LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO:

$a \cdot b = 0$ e $a \neq 0 \Rightarrow b=0$

---

$(a+0)b = ab$ (concetto di zero)

$\shortparallel$

$ab + 0b$ (distrib.)

$ab + 0b = ab$ sottraggo $ab$

$0b = ab - ab = 0$

---

$(ab)(b^{-1}a^{-1}) = [a(bb^{-1})]a^{-1} = (a \cdot 1)a^{-1} = a \cdot a^{-1} = 1$

$bb^{-1} = 1$ $aa^{-1} = 1$

---

$ab=0$, $a \neq 0$

$a \neq 0 \Rightarrow \exists$ (esiste) $a^{-1}$. Moltiplico i membri dell'eq. per $a^{-1}$

$a^{-1}(ab) = a^{-1} 0 = 0$

$\shortparallel$

$(a^{-1}a)b$

$\shortparallel$

$1 \cdot b = b$

$\Longrightarrow b=0$

---

$\frac{2^7}{3^4} > \frac{3}{2} \iff 2^8 > 3^5$

$256 > 81 \cdot 3 = 243$

vero

$\frac{2^7}{-3^4} \overset{?}{\underset{<}{>}} -\frac{3}{2} \not\Leftrightarrow 2^8 > 3^5$

no