MONOTÒNE

FUNZIONI CRESCENTI

" NON "

FUNZIONI DECRESCENTI

" NON "

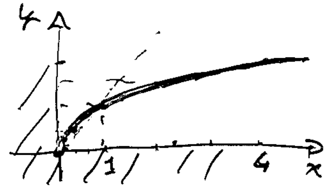
ESEMPI (OLTRE AD ALCUNI PRECEDENTI)

1. $f(x) = \sqrt{x}$
2. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
3. $f(x) = x^{3/2}$
4. $f(x) = x^{-2}$ vedi pag 3
5. $f(x) = x^{-1/2}$ vedi pag3
6. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ ~~vedi pag~~
7. $f(x) = x^{\alpha}$ α reale $x>0$
8. $f(x) = 2^x$ vedi pag 4 e $f(x)=2^{x-2}$?
9. $f(x) = 2^{-x}$ vedi pag4 e $f(x)=2^{1-x}$?

CASO GENERALE a^x crescente se $a>1$; a^x è decr. se $0<a<1$

10. $f(x) = \log_2 x$ vedi pag4 e $f(x)=\log_2(x+2)$?
11. $f(x) = \log_{1/2} x$ vedi pag5 e $f(x)=\log_{1/2}(x+2)$?

CASO GENERALE $\log_a x$ è crescente se $a>1$, decresc. se $0<a<1$



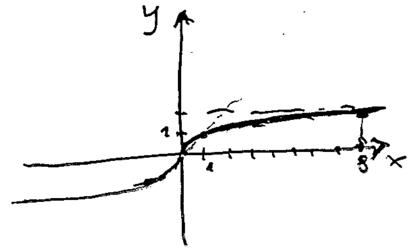
$f(x) = \sqrt{x}$ I.D. : $[0,+\infty) = A$

$f(A) = [0,+\infty)$

$\sqrt{x} = x^{1/2}$

$0<a<b \Rightarrow a^{1/2} < b^{1/2}$

$\Rightarrow$ funzione monotona crescente



$f(x) = \sqrt[3]{x}$ I.D. $\mathbb{R} = A$

$f(A) = \mathbb{R}$

perché? Se fisso $\bar{y} \in \mathbb{R}$ esiste x tale che $\sqrt[3]{x} = \bar{y}$? Certo $x = \bar{y}^3$

E' dispari

E' monotona crescente

$0<a<b \Rightarrow a^{1/3} < b^{1/3}$

$a<0<b \Rightarrow \sqrt[3]{a} < 0 < \sqrt[3]{b}$

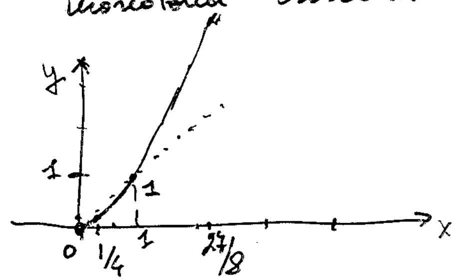
$a<b<0$ $|b| < |a|$

$|b|^{1/3} < |a|^{1/3}$

$\sqrt[3]{b} = -\sqrt[3]{-b} > -\sqrt[3]{-a} = \sqrt[3]{a}$

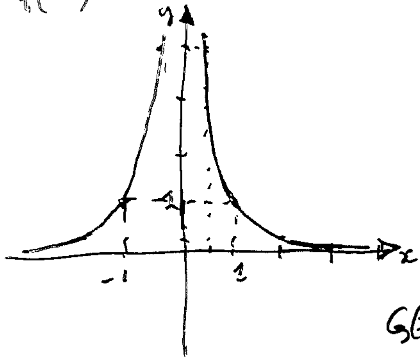
$f(x) = x^{3/2} = \sqrt{x^3}$, I.D. $= [0,+\infty) = A$ $f(A) = [0,+\infty)$

monotona crescente poiché l'esponente $3/2$ è >0



x	0	1	1/4	4	9/4
$f(x)$	0	1	1/8	8	27/8

$f(x) = x^{-2}$



I.D. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)=A$

$f(A)=(0,+\infty)$

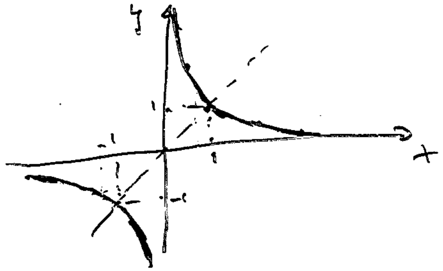
è pari

x	$1/2$	$1/3$	2	3
$f(x)$	4	9	$1/4$	$1/9$

perché è la reciproca di x^2

$G(f)$ simmetrico risp. asse y,
monotona decrescente in $(0,+\infty)$
" crescente in $(-\infty,0)$ per parità.

$f(x) = x^{-1} = 1/x$



I.D. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)=A$

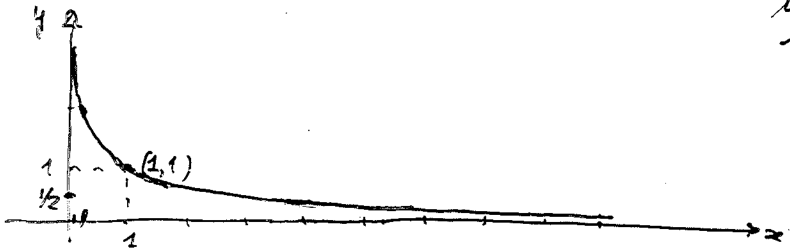
$f(A)=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

è dispari

monotona decrescente in $(-\infty,0)$
e " " in $(0,+\infty)$

$f(x) = x^{-1/2} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ I.D. $= (0,+\infty) = A$ $f(A)=(0,+\infty)$

monotona decresc. in $(0,+\infty)$

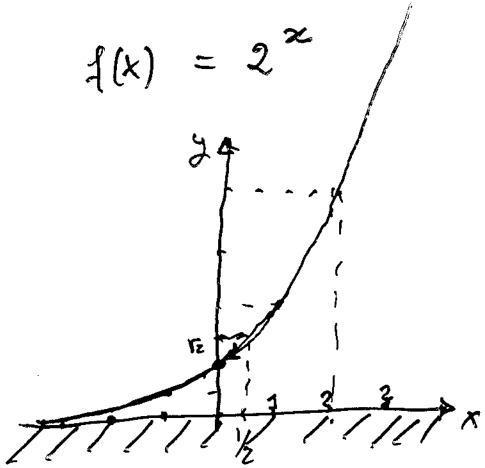


$f(x) = x^c$ con $c\in\mathbb{R}$, $x\in(0,+\infty)$
$\begin{cases} -1<c<0 & \text{grafico "aderente all'asse } y\text{"} \\ c=-1 & \text{grafico " equidistante dai due assi"} \\ c<-1 & \text{grafico "aderente all'asse } x\text{"} \end{cases}$

x^c con $c\in\mathbb{R}, x\in(0,+\infty)$
$\begin{cases} 0<c<1 & \dots \\ c=1 & \dots \\ c>1 & \dots \end{cases}$

DESCRIVERE I GRAFICI

$f(x) = 2^x$



I.D. $\mathbb{R}=A$, $f(A)=(0,+\infty)$

base a fissata, esponente variabile
esponenziale di base a
$(a\in(0,1)\cup(1,+\infty))$

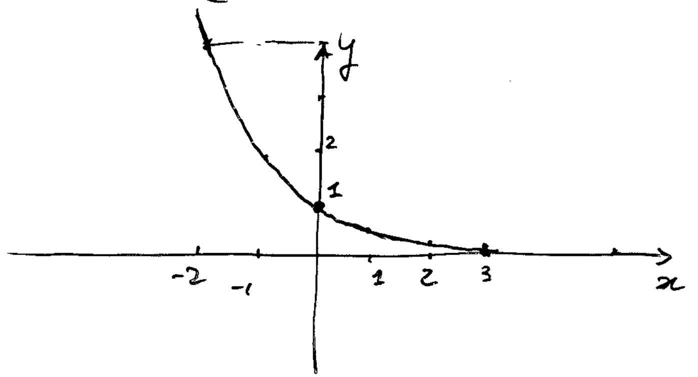
$a=2\in(1,+\infty)$: esempio di ciò che succede quando $a>1$

se $a>1$ $c<d \Rightarrow a^c<a^d$
cioè a^x è monotona crescente

$a^x>0$

$a^0=1$

$f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{1}{2^x} = (2^x)^{-1} = 2^{-x}$

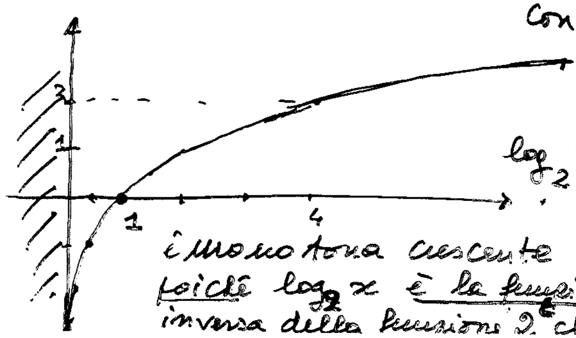


il grafico è simmetrico di quello di 2^x rispetto all'asse y

f è monotona decrescente
(vedi proprietà di monotonia)

$f(x) = \log_2 x$

(esempio su cui modellare tutti i logaritmi in base a con $a>1$)



$\log_2 1 = 0$

I.D. $(0,+\infty)=A$

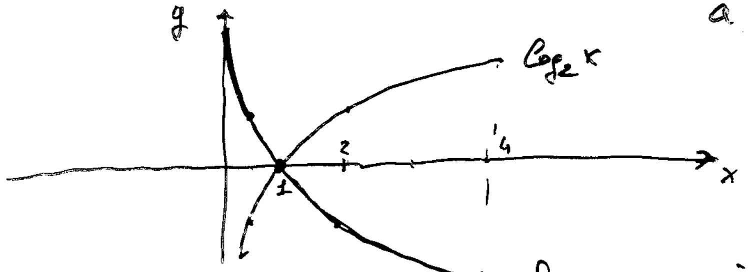
$f(A)=\mathbb{R}$

$\bar{y}\in\mathbb{R}$: $\exists\, x$ t.c. $\log_2 x = \bar{y}$?

$x = 2^{\log_2 x} = 2^{\bar{y}}$ SI

è monotona crescente
poiché $\log_2 x$ è la funzione inversa della funzione 2^x che è crescente

$\log_{1/2} x = -\log_2 x$ $\qquad 0<a<1 \qquad \frac{1}{a}>1$



$\log_{1/2} x$ è monotona decrescente.

A che cosa serve sapere che una funzione è monotona (crescente o decrescente) in un certo intervallo? A risolvere correttamente le disequazioni! Ad es.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 3$$

$\Downarrow$ $\log_{1/2}$ è decresc.

$$\log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_{1/2} 3$$

$$\boxed{x < \log_{1/2} 3 = -\log_2 3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 3$$ equazione corrispondente

$\Downarrow \log_{1/2}(\ )$

$$x = \log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)^x = \log_{1/2} 3$$ soluzione dell'equaz.

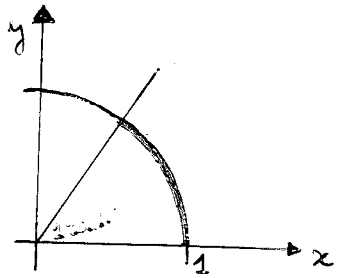
Nella pratica farò così:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 3 \iff \frac{1}{2^x} > 3$$ $2^x>0$ quindi

$$\iff 2^x < 1/3 \iff \boxed{x < \log_2 1/3 = -\log_2 3}$$

Funzioni trigonometriche

hanno per argomento un angolo misurato in radianti.

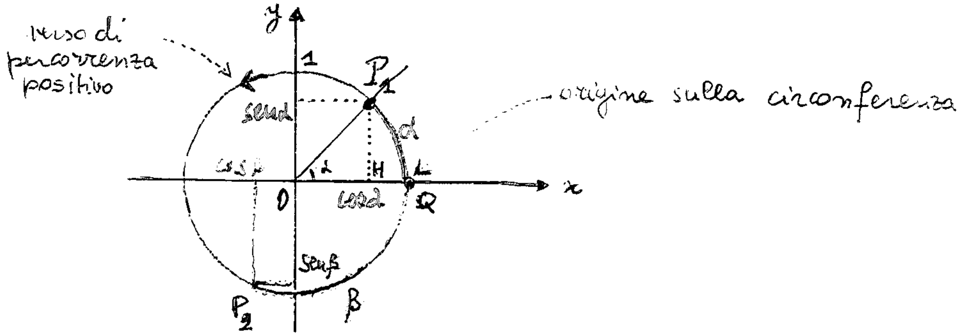


In generale per passare dalla misura in gradi α° di un certo angolo alla sua misura in radianti usare la proporzione

$$\frac{\alpha^{rad}}{\pi} = \frac{\alpha^\circ}{180^\circ}$$

angolo piatto = rad π.

retto = rad $\frac{\pi}{2}$.



sen α = ordinata del punto P della circonferenza di raggio 1 tale che l'arco QP misuri $|\alpha|$ e P segue Q (nel verso di percorrenza positivo) se $\alpha>0$, lo precede altrimenti

cos α = ascissa dello stesso P.

Evidentemente $|\text{sen}\,\alpha| \leq 1 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$

$|\cos\alpha| \leq 1 \quad$ "

e (teor. di Pitagora) $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$.