$$\frac{1}{6} = \frac{10}{6} \cdot \frac{1}{10} = \left(1 + \underline{\frac{2}{3}}\right) \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{20}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10} + \left(6 + \underline{\frac{2}{3}}\right) \cdot \frac{1}{100} \ \dots$$

$$\begin{array}{l|l} 1 & 6 \\ \hline 10 & 0{,}166 \\ \ \ 40 & \\ \ \ \ \ 40 & \\ \ \ \ \ \ \ 4\ldots & \end{array}$$

$$\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$$

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 0{,}\overline{3} + 0{,}\overline{6} = 0{,}\overline{9} = 1$$

$$1{,}\overline{35} = 1 + 0{,}\overline{35} = 1 + \frac{35}{99} = \frac{99+35}{99}$$

$$1{,}1\overline{35} = 1{,}1 + 0{,}0\overline{35} = \frac{11}{10} + \frac{1}{10}\left(0{,}\overline{35}\right) =$$

$$= \frac{11}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{35}{99} =$$

$$= \frac{11 \cdot 99 + 35}{990}$$

$\mathbb{Q} \longrightarrow$ allineam. decimali

non è una vera funz.

$\boxed{0,\overline{9} = 1}$

allin. decim $\longrightarrow \mathbb{Q}$ funzione

lo diventa con questo tipo di identificazione

$$0,\overline{3} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots + \frac{3}{10^n} + \dots$$

nasconde un processo di limite

$$\sup \left\{ \frac{3}{10},\ \frac{3}{10} + \frac{3}{100},\ \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000},\ \dots \right\} = \frac{1}{3} \text{ perché}$$

$$\frac{3}{10}+\frac{3}{100}+\frac{3}{1000}=3\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}\right)=$$

$$=\frac{3}{10}\cdot\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}\right)=\frac{3}{10}\,\frac{1^3-\frac{1}{10^3}}{1-\frac{1}{10}}=$$

$$=\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}\,\frac{1-\frac{1}{10^3}}{\frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{10}}}=\frac{1-\frac{1}{10^3}}{3}$$

$$\boxed{\begin{aligned}(a^2+ab+b^2)(a-b)&=a^3-\cancel{a^2b}+\cancel{a^2b}-\cancel{ab^2}+\cancel{ab^2}-b^3\\&=a^3-b^3\end{aligned}}$$

$$a^2+ab+b^2=\frac{a^3-b^3}{a-b}$$

$$\frac{3}{10}\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}\right)=\frac{3}{10}\cdot\frac{1-\frac{1}{10^4}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}\cdot\frac{1-\frac{1}{10^4}}{\frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{10}}}$$

In generale

$$\frac{3}{10}\cdot\left(1+\frac{1}{10}+\dots+\frac{1}{10^n}\right)=\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}\cdot\frac{1-\frac{1}{10^{n+1}}}{\frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{10}}}$$

Visto che se n diventa molto grande $1/10^{n+1}$ diventa molto piccolo. il sup di questo insieme di frazioni è $1/3$