Sol. dell'esercizio 1) nelle eq. diff. dato prima delle vacanze:

Risolvere

$$e^{t+y}\,y' + t = 0$$

1°) eq. diff. del I ordine non in forma normale. Ci possiamo ricondurre a f. n. moltiplicando per il fattore $e^{-(t+y)}$ che è $\neq 0$ (e quindi non introduce nuove sol.)

$$y' + e^{-(t+y)}\cdot t = 0$$

oppure

$$y' = \underbrace{-t\,e^{-t}}_{a(t)}\cdot\underbrace{e^{-y}}_{b(y)}$$

quindi questa è un'eq. diff. del I ordine a variabili separabili:

Osservo che $a(t) = -te^{-t}$ e $b(y) = e^{-y}$ sono continue su $\mathbb{R}$

$b'(y) = -e^{-y}$ " " "

$\Longrightarrow$ qualunque problema di Cauchy è risolubile

2°) $b(y) = e^{-y} = 0$?

per nessun y $\Longrightarrow$ l'eq. diff. non ha "Sol. particolari legate alla presenza di zeri di $b(y)$"

3°) Separo le variabili:

$$\frac{y'}{e^{-y}} = -te^{-t}$$

$$\Downarrow$$

$$\int e^{y}\,dy = \int -te^{-t}\,dt$$

$$e^{y} = \boxed{\text{calcolo per parti FF } t \quad \text{FD } e^{-t}dt}$$

$$= t\cdot e^{-t} - \int e^{-t}\,dt =$$

$$= te^{-t} + e^{-t} + c$$

prova che questa è una primitiva di $-te^{-t}$: derivo

$-te^{-t} + \cancel{e^{-t}} - \cancel{e^{-t}} + 0$: Ok

Chi è y? $e^{y} = te^{-t} + e^{-t} + c$ è la soluz. in forma implicita!

$$y(t) = \ln\left((t+1)e^{-t} + c\right)$$

FINE

INTERV. di def delle sol: $\mathbb{R}$ (vedi punto 1)