$$\frac{1}{3}\int\left(\frac{1}{y-2}-\frac{1}{y+1}\right)dy = -\frac{1}{2}t + c$$

$$\frac{1}{3}\ln\left|\frac{y-2}{y+1}\right| = -\frac{1}{2}t + c$$

$$\frac{1}{3}\ln\left|\frac{1-2}{1+1}\right| = c \qquad c = -\frac{1}{3}\ln 2$$

$y_0 = 1 \in (-1, 2)$ e quindi la sol. in forma implicita è:

ATTENZIONE: gli intervalli massimali di def delle primitive (cioè quelli su cui è continua $\frac{1}{(y-2)(y+1)}$) sono 3: $(-\infty,-1)$, $(-1,2)$ e $(2,+\infty)$: devo sceglierne quello in cui è presente $y_0=1$ (la soluzione deve assumere quel valore) e quindi l'IMMAGINE di $y(t)$ soluzione del probl. di Cauchy è $(-1,2)$. Ne segue che $\left|\frac{y-2}{y+1}\right| = \frac{2-y}{y+1}$ poiché in tale interv. $\frac{2-y}{y+1}$ è >0, mentre $\frac{2-y}{y+1} < 0$

$$\frac{1}{3}\ln\left(\frac{2-y}{y+1}\right) = -\frac{1}{2}t - \frac{1}{3}\ln 2$$

$$\frac{1}{3}\ln\left(2\cdot\frac{2-y}{y+1}\right) = -\frac{1}{2}t$$

$$\ln\left(2\cdot\frac{2-y}{y+1}\right) = -\frac{3}{2}t$$

$$\cancel{2}\cdot\frac{2-y}{y+1} = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}$$

$$2-y = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}(y+1)$$

$$y = \frac{\frac{1}{2}e^{-3/2\,t}-2}{-1-\frac{1}{2}e^{-3/2\,t}} = \frac{4-e^{-3/2\,t}}{2+e^{-3/2\,t}}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2}(1+y)(2-y) \\ y(0)=1 \end{cases}$$

1°) ED 1° ordine, a variab. separ.

$y' = a(t)\, b(y)$

$-b(y) = (1+y)(2-y)$: continua su $\mathbb{R}$ con $b'(y)$ continua in $\mathbb{R}$

Cambio i segni di $a(t)$ e $b(y)$ per evitare difficoltà nelle successive integrazioni di $\frac{1}{2-y}$ e $\frac{1}{1+y}$

$a(t) = \frac{-1}{2}$ cont. in $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ ogni probl. di Cauchy ha 1 e 1 sola soluz.

2°) $b(y) = 0$

$(1+y)(2-y) = 0$: $y(t) = -1$ e $y(t) = 2$

Sono due sol. particolari.

La richiesta del probl. di Cauchy non è soddisfatta da nessuna delle due

$\Rightarrow$ separo le variabili

$$\int \frac{dy}{(y+1)(y-2)} = \int -\frac{1}{2}\,dt$$

$$\frac{1}{(y+1)(y-2)} = \frac{A}{y+1} + \frac{B}{y-2} = \frac{(A+B)y + B - 2A}{(y+1)(y-2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ B-2A=1 \end{cases} \quad \begin{cases} A=-B \\ 3B=1 \end{cases} \quad \begin{matrix} A=-1/3 \\ B=1/3 \end{matrix}$$