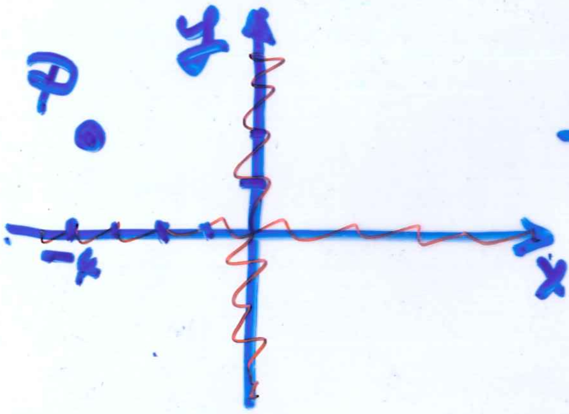
1) $f(x,y) = \frac{x}{y} + \frac{8}{x} - y$

f è definita, sia $A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, in $A \times A$



oppure

$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq 0, y \neq 0\}$.

e quindi continua in ciascuno dei 4 quadranti (privati degli assi e presi singolarmente)

$f_x = \frac{1}{y} - \frac{8}{x^2}$ definita in S

$f_y = -\frac{x}{y^2} - 1$ " " S

e continue come la $f(x,y)$

$(f_x, f_y) = (0,0)$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{8}{x^2} \\ -\frac{x}{y^2} = 1 \end{cases} \underset{\text{nell'I.A.}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} x^2 = 8y \\ x = -y^2 \\ x \neq 0, y \neq 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y^4 = 8y \\ x = -y^2 \end{cases}$$

divido per y

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} y^3 = 8 \\ x = -y^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

L'unico punto critico è $(-4, 2) = P$

$f_{xx} = \left(\frac{1}{y} - 8x^{-2}\right)'_x = 16\,x^{-3}$ $\quad f_{xy} = -y^{-2}$

$f_{yx} = \left(-xy^{-2} - 1\right)_x = -y^{-2}$ $\quad f_{yy} = 2xy^{-3}$

$$H_f(x,y) = \begin{vmatrix} 16\,x^{-3} & -y^{-2} \\ -y^{-2} & 2xy^{-3} \end{vmatrix}$$

$$H_f(-4,2) = \begin{vmatrix} \frac{-16}{4^3} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{8}{8} \end{vmatrix} =$$

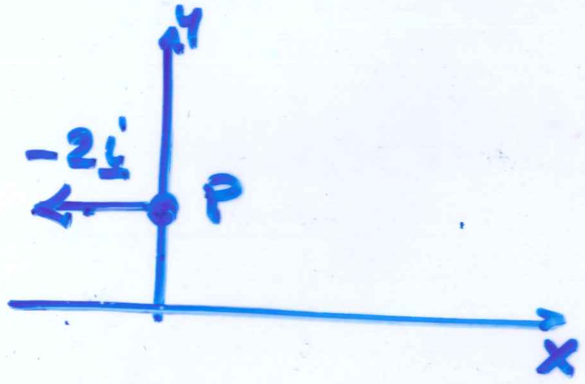
$$= \begin{vmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} > 0$$

ESTREMANTE LOCALE FORTE

$f_{xx} = -\frac{1}{4} < 0 \implies (-4,2)$ è un MAX LOC FORTE

Questo esercizio si trova, con un errore sui segni nel file "Fun di 2 variabili" esercizio 9 punto b.

2) Determinare la velocità di variazione di $f(x,y)=3x-4y$ nel punto $P=(0,2)$ nella direzione $-2\underline{i}$



$\text{grad} f(P)\cdot(-2\underline{i}) =$
$(3,-4)\cdot(-2,0) = -6$

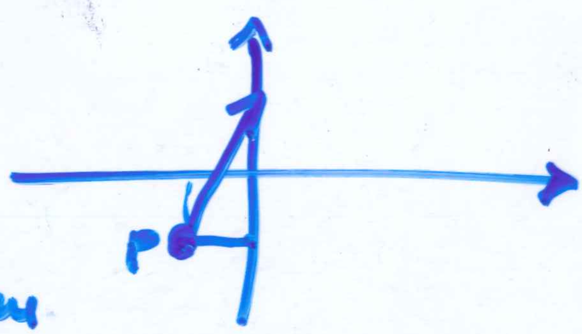
la vel di variaz. si ottiene dividendo per il modulo di $-2\underline{i}$: è -3

$f(x,y)=x^2y \qquad P=(-1,-1) \quad$ direz $\underline{i}+2\underline{j}$

$\text{grad} f = (2xy,\ x^2)$

$\text{grad} f(P) = (2,1) \qquad \underline{i}+2\underline{j} = (1,2)$

$(2,1)\cdot(1,2) = 4$



la vel. di variazione si ottiene dividendo per il modulo di $(1,2)$ cioè $\sqrt{5}$ e quindi

$$\frac{4}{\sqrt{5}}$$

NB: velocità di variazione in una direzione =
= DERIVATA DIREZIONALE