

Della discussione dei problemi (Sette 1879)

S. 1. Dopo è l' insegnare i procedimenti per discutere i problemi ^{letteralmente} i cui dati cioè i dati con lettere alfabetiche. Intendiamo per discussione di quei problemi la ricerca fatta sui risultati ottenuti in funzione di quei dati dei casi in cui questi sono tali che il problema sia possibile ed impossibile, e poi spesso ancora se quei risultati soddisfano a certe espresse condizioni. In tal modo ritrovate tutte quelle condizioni a cui devono soddisfare i dati si potrà guardare i dati siano numeri sostituendoli e in quel caso particolare quelle condizioni siano soddisfatte o no, ecc. Quindi spesso anche il risolvere prima in general un probl. numerico dati; perché nell' ottener le formule generali non si eseguono varie operaz. che si eseguirebbero risolvendo il numerico e che poi si distruggono l' una l' altra; perché poi trovando che le condizioni del probl. si dà risultato qualcuno vogliono non si sacrificano non si sacrificano neppur sostituire i dati nelle formule delle incogn. e così si evitano spesso lunghe operazioni. Ma spesso se le formule delle incogn. sufficientemente semplici è assai facile ricorrere le condizioni quando sostituendo i dati si può immediatamente quasi provare se vanno

S. 2. Ci sono problemi che ammettono soluzioni e probl. che non le ammettono. Il probl. gara. al giorno d' oggi i matematici parlano di ogni genere di elem. immag. e tali risultati possono essere immag. col altri reali. Come... esempi: diagrammi, elementi, et cetera. Del resto la ricerca condizioni di realtà dei risultati è sempre bene farla perché se c' è un carattere applicato è quello che cioè risulti col invisibili, concepibili ed inconcepibili. Tale ricerca ha inoltre il vantaggio di determinare i limiti tra un problema possibile e uno impossibile. Ecco se si trova che per avere i risultati reali si debbano verificare una certa condiz. dei dati, se in questo caso la condiz. in generale di impraticabilità, si potrà vedere come dei conoscendo tutti i dati, nuovo vero, questo uno deve soddisfare a certe condizioni perché i risultati della risoluz. del probl. siano reali (e ciò che si dice per reali vale anche per pos. se si può voler dire i risultati altri ad esser reali siano pos. se che implichi nuove condizioni quelle condizioni si possono sempre ridurre a due limiti di quel dato. E' qui viene a proporlo il dire qualche cosa della soluz. delle diseguaglianze puramente numeriche, ma i suoi membri ugualmente a 0 si risolve rispetto a x per dati a e b . Si trova in fatt. l' unica nel 1^o membro delle diseguagli. i cui si possono trovare le radici immag. perché a coppia di radici coni danno fattori come di quadrati, assenziamente positivi, che si posso per dati e risultati reali, e si possono quindi togliere tali segni disegn. Si avranno così in fatt. bin. (sempre $n = m + 2l$), di cui $n - l$ si hanno le altre l non comprese da cui si trova per le quali si verifica, e quindi sarà necessario che un numero pari oppure un numero dispari segno si calcolino le n radici corrispondenti e si collaudino per ordine di grandezza. Si troverà che per dovrà esser compreso tra p_k e p_{k+1} oppure tra p_{k-2} e p_{k-1} , o tra p_{k-4} e p_{k-3} , oppure tra p_{k+3} e p_{k+2} .

2. S. 2. I prob. geometri. L' arte spesso sono in genere assolutiva di soluz. negative. Ma naturalmente bisogna allora considerare come avanti un segno più dato di natura analogo ai risultati. Così se... sono dati $AB = m$, $BC = n$, $CA = p$ allora $AC = m + n$. Con quale criterio si ha senza le coordinate di cartesiane di un punto sul piano o nelle spazio anche se negativo. Esempio...

Del resto in general si possono far converg. in probl. di varii genri, che devono avere ai risultati neg. Ma indipendentemente da tali converg. si mette generali per eseguire soluz. neg. in nel puro quell' incogn. $x = -x$ e risultato nelle prob. spesso fondamentali del probl. e poi interpretare quell' eqn. e qui non si sono regole. Si troverà così che il valore $-x$ soddisfa se non sempre al vero problema ad un altro che gli è più o meno strettamente affine. Questi costituisce l' interpretazione delle soluz. neg. Esempio...

Ma si troverà che... soddisfano ad un altro problema affine non impedisce l'impossibilità. Negli stessi problemi si possono far come si aveva sopra, converg. tali da poter ammettere soluz. neg. Così possedere un numero neg. di oggetto significherebbe essere debitore del suo. Pos. di essi; i corrispondenti neg. significherebbe essere debitore di debito. Ecco...

S. 4 — Per i numeri positivi e negativi stanno a 0 il 0, che offrono spesso un passaggio tra quelli. Qui vi sono problemi che possono ammettere risultati col altri no. In quest' ultimo caso si dichiara impossibile. Così se $a \neq 0$, ma non $= 0$, così $b \neq 0$ e $c \neq 0$ ed il probl. sarebbe più $= 0$, ma non $\neq 0$. In questo caso i problemi che si risolvono con un sistema di eqn. lineari possono dar tutte le incogn. $= 0$ (determinatamente $= 0$) e questo sarà caso d'impossibilità o no secondo coeff. colamente $= 0$). E questo sarà caso d'impossibilità o no secondo la natura del probl. Altri probl. danno un sistema di n eqn. lineari omogenee ad n incogn. e questi annetteranno, quando si determina, puramente tutte le incogn. $= 0$ se la natura del probl. lo comporta, altrimenti il problema è impossibile (e indetermin. poi se determin. $= 0$). Esempio...

S. 5 — Finalmente ci si presenta una serie di problemi che, non essendo ammettendo risultati immag. né negativi, ma vogliono risultati interi. Tali sono tutti i problemi che si danno nella teoria dei numeri, e tali si riferiscono che possono accadere assolutamente e in cui ciò che si domanda sono numeri di oggetto per loro natura indivisibili (come capi di bestiame, uomini, teste, piante, cose, ecc.). In tal caso risulta il problema in genere, si guarda se quel part. risultato si presenta già naturalmente razionale e intollerabile ipotesi che tali debbano essere i dati, e se tale non c' è, oppure tale

Molto esempi. — Salvo si' per "già" d'una di queste funzioni dei soli rimanenti. Posse un metodo generale, ma non anche qui. Molto esempi. — Ricordiamo che anche posteriori, come questi metodi si' potranno poi a prima tetta dato un esempio, quale giudicare se il problema si' o no possibile l'estrazione. — Bisogna andare coni nel giudicare delle soluzioni formule. In esse puoi darci da alcuna parte siano già ragionevoli, ma non in cui per lo contrario la formula è essenzialmente reale. Per esempio bisogna riconoscere bene delle proprietà delle quantità complesse particolarmente del fatto che cosa in cui le operazioni su quantità comprendono quantità reali. Esempio il caso irriducibile dell'eq. di 3^o grado.

Nel prob. geom. al giorno d'oggi i geometri parlano di valori immag. ed interpretano questi in modo soddisfacente. Tuttavia si' spesso problemi geom. in cui non si parla di impossibilità, ammettendo valori immag. e risultati. Ma va detto che non sono altri in cui non hanno gli elem. immag. ed il problema puoi' essere impossibile. Esempio. esempio (trianz. dato 3 lati, uno < somma 2)

Nel prob. in generale del resto i valori immag. denotano insomma problema. Così tutti quelli che riguardano la natura di valore, li' perciò si' risponde non ammettendo soluz. immag. Esempio.

Vi sono poi problemi che riguardano solo le quantità assolutamente espressamente d'essere ammesso valori immag. (come se ogni mettendo val. neg. oppure val. immag., oppure val. fatti). Per questo è indicata dalla natura stessa del problema. Esempio.

S 3. — Veniamo ai prob. che ammettono solo valori reali considerando solo più il caso in cui appunto i risultati siano reali. Si' i risultati immaginari non occorrono distinguere tra i risultati quelli ammessi per positivi, quelli che non lo ammettono, perché nonché ammettono a risultato reale, complessi, ma essi parti di questi sono le quant. reali (per. o neg. reale) nel caso di risultati reali (non osservare se la natura del prob. sia o no risultati neg.). Sarà' sempre utile in qualche caso vedere le condizioni per dimostrare soddisfare i dati per dare ogni singolo risultato positivo, se si ottiene immediatamente ponendo $\alpha = 0$ ogni risultato è per ogni singola ricavar limiti per un certo dato, in modo che assumendo alcuni dati (e siano immediatamente a vedere tra quali limiti debba stare gli altri) è tal risultato siano positivi (e già' può darsi se ne afferma altro vedere che i risultati siano reali). Tale risoluz. delle diseguaglianze a come sopra per risultato reali.

non occorre, sarebbe a dire in notare le condiz. a cui devono soddisfarsi perché quei risultati siano ragionevoli ed infatti e nei casi per cui si guardi se le condiz. sono soddisfatte. Del resto siccome non lo siamo si potrà delle condiz. generali dedurre che uno o più di avere un valore appartenente però ad una serie finita di si può capire in funz. di dati rimanenti e quindi perfettamente noto (differenze dati disegni).

Questo coincide con quanto segue:
In questo caso in cui i risultati vogliono essere interi si' accade che il problema non è determinato e si voglia avere le serie per i valori interi che lo risolvono. Questo è l'analisi indeterminata che non è già nostro compito di fare. Ma molti esempi.

F^n con retta $(n-2)$ -pla

Tono $\sum \alpha_i x_1^i x_2^{n-i} + \sum \beta_i x_1^{n-i} x_2^i$
 $+ \sum \gamma_i x_1^i x_2^{n-2-i} = 0$ dove le α, β, γ sono
 forme di $x_3 x_4$ di 1° e 2° ord. Dunque sono
 costanti in numero di $n+1 + 2n + 3(n-1)-1$
 $= 6n-3$; o meglio, mettendo la retta $(n-2)$ -
 $6n+1$ ($n > 2$), e all'infuori di essa
 ciascun progetto vani distinte $6n-14$.

D'altra parte si fissino nel piano
 per le f^n un punto O $(n-2)$ -pla e
 $3n-4$ punti semplici. Le costanti di
 questo sistema invarianti per collineazioni
 sono $2(3n-3) - 8 = 6n-14$.

Rimane solo da dimostrare che queste
 sono costanti essenziali per la F^n
 così rappresentata. E allora risulta
 che tutte le F^n con retta $(n-2)$ -pla
 si ottengono in questo modo.

Che siano essenziali si può provare così:
 Consideriamo nel piano le curve S di
 Noethers M. A. III n. 186, imagine della
 retta doppia di F : c'è una f^{n-1} con O
 $(n-3)$ -pla e più $3n-4$ punti. In essa si
 considerino i seguenti punti colle loro immagini
 su F : 1° i $3n-4$ punti (corrispondono agli
 contatti di d con $3n-4$ rette di F);
 2° i $(2n+2 =) 2n-4$ punti di contatto con
 tangenti da O (corrispondono ai contatti di d con
 coniche di F); 3° le $n-3$ tangenti in O
 (corrispondono agli incontri di d colla curva d'ord.
 $n-2$ immagine di O). Le rette che
 proiettano da O questi punti, ossia i gruppi
 delle g_2^1 delle f^{n-1} , sono in numero di
 $3n-4 + 2n-4 + n-3 = 6n-11$, hanno
 $6n-14$ rapporti, i quali sono tutti
costanti arbitrarie; e sono essenziali per F
 (giacché, quanto al 3° le curve d'ord. $n-2$ di
 F incontranti in 1 sol punto ogni conica cui sono in numero
 finito, come risulta facilmente nel piano della rappres.)

F. Severi

Una superficie dello S_5 i cui piani tangenti si taglino a due a due o è un cono o la
F⁴ del Veronese.

Osservazione Una superficie T dello S_5 che sia una ~~proiezione~~ rigata non può proiettarsi da uno S_{2-4} generico su uno S_3 in una superficie T' sviluppabile. Di fatto, sia π_1 i piani tangenti a T nei punti di una sua germeatrice γ formano fascio in un determinato S_3 . Perché la proiezione T' di T su uno S_3 da uno S_{2-4} generico fosse una sviluppabile bisognerebbe che lo S_{2-4} proiettante un piano tangente generico di T proiettasse in corrispondenza tutto i piani tangenti nei punti della germeatrice passanti per il punto di contatto di quello. E quindi gli osi S_3 che contingono ai piani tangenti a T nei punti delle sue germeatrici γ appoggierebbero tutti ad uno S_{2-4} generico. Orò ciò non può darsi perché quelli S_3 come luogo di punti discendono da una M_4 che non può esser tagliata secondo una linea da ogni S_{2-4} dello spazio.

C'è presso più T una superficie dello S_5 i cui piani tangenti si incontrino a due a due, e perché per i comuni tali contingenti si possa fare a meno di escluderne da T più un cono. - Proviamo dapprima che T non può essere una sviluppabile (non unica). Di fatto se T' fosse sviluppabile i piani osculatori del suo spigolo di regresso T' si taglierebbero a due a due e quindi proiettarono T' da un suo piano osculatore generico sopra un piano avvenendo così una curva dotata d'aperture flessi, la quale sarà inadmissibile perché T' è germinata e irriducibile; e dunque la proiezione di T' farà una retta. Allora lo S_4 che contiene questa retta col piano di proiezione contro cui T' è germinata anche T' è immersa in uno S_4 , centro del prospetto.

Proviamo ora che T non può essere una rigata (non sviluppabile).
Uno S_4 condotto per un piano tangente genera π di T non può contenere
qualsiasi altro piano tangente di T , perché se così fosse la proiezione generica
di T su uno S_3 fornirebbe una superficie tale che ogni piano tangente la
toccherebbe necessariamente in qualche altro punto, e tale superficie
non potendo essere una rigata (non sviluppabile), che T non è sviluppabile, non esiste.
E dunque lo S_4 , Σ , considerato, taglia la T all'infinito ^{dei punti qui}
~~per passare da esso~~ in una curva g , e si nome "piani tangenti"
a T in punti di g debbono tutti appoggiarsi a π , in almeno di essi
non già in Σ , dovrà andare in tutti le tangenti di g s'appog-
giarsi a π . Dalla curva g non può staccarsi qualche retta, perché se così
fosse al varian dello S_4 attorno a π o avverrebbe che la retta staccata
da g descrivesse un insieme ∞^2 , e quindi T contenrebbe ∞^2 rette, il
che è assurdo, o avverrebbe che ogni retta staccata da una g appartenesse
ad ∞^2 , e quindi che g appoggiarsi a π : in quest'ultimo caso le genera-
trici di T si appoggerebbero tutti a π . Ed allora o queste generatrici si
n'appoggerebbero tutti a g , e quindi per la genericità di g , le genera-

trici non sono tutte appoggiate a g .
E' di Scacchi?

trici di F si taglierebbero a due a due, la quale cosa è assurda perché F sarebbe
 un cono, oppure accettabile che un piano tangente generico avrebbe comune
 con F fuori di γ una curva C di ordine n . Questa curva farebbe certo
 tale che $\nu \leq n-1$ perché è l'ordine di F , poiché altrimenti uno S_4 per π e per un
 punto di F fuori di π contenerebbe F . Allora proiettando la F su uno S avremmo
 in una rigata F' tale che ogni piano tangente la taglierebbe in una generica
 trice γ' , in una C' , e in una $C'^{n-1-\nu}$, il che non è possibile perché F è irriducibile.
 Dunque al piano tangente π taglia F sulla retta γ , e dalla γ , da rigata
 di ordine $n-1$, non si staccano rette: la γ allora sarà direttrice della rigata
 F e quindi irriducibile. Se dunque proiettiamo γ da una retta S di π sopra
 un piano ω di Σ , la curva γ' proiettata sarà comunitabile e tale
 che tutte le sue tangenti passeranno per punto $\pi \cap \omega$; e dunque γ' sarà
 una retta e lo S_3 γ' contenerebbe tutta la curva γ . Ma allora per la
~~teorema di X. P. F.~~ ~~che~~ ~~il~~ ~~progetto~~
 lo S_3 γ' contiene anche il piano π (grado 1) ne contiene la retta s
 e la tangente a γ nel punto di contatto di π) e quindi la F sarebbe
 secca su uno S_3 in una curva d'ordine n : lo S_4 per quello S_3 e per
 un punto di F fuori di questo, contenerebbe dunque F . Che significhi che
 la F non può essere regata.

Se la F non è regata segue ancora che uno S_4 tangente generico
 non contiene neppure un altro piano tangente di F e naturalmente
 che la curva γ interseca il F colpisce S_4 tangente con γ potrà toccare
 nessuna retta. Ma allora se γ fosse irriducibile provo come prima
 che sarebbe immostra in uno S_3 e quindi la F in uno S_4 ~~e~~ ^{dunque} γ

dorsa' spazzarsi (dorsa' son une proiezione de' una rotta del piano
il piano del piano è un insieme di volte paraboliche per now). Allora
progettando l' governamento per uno S, avremo in una P' tale
che ogni piano tangente la taglierrebbe in curve spezzate. E quindi
P' non potendo essere rigata fonda' la P' ¹⁴~~del N.~~ ch. Steiner; et
P' fonda' ha P' del Venezie.

maggio 1901