# Geometria 2

12 febbraio 2018

Prova scritta

A1. Determinare, al variare del parametro reale $h$, la forma canonica di Jordan della matrice

$$A_h = \begin{bmatrix} h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 5-h & 0 & 0 & h \end{bmatrix}.$$

A2. Sia $\Phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ la forma quadratica rappresentata, rispetto alla base canonica, dalla matrice

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Si determini la segnatura di $\Phi$.

(b) Si determini una matrice $C \in \mathrm{SO}(3)$ tale che $B = C\Delta C^{-1}$ dove $\Delta$ è una matrice diagonale.

(c) Si determini una base di $\mathbf{R}^3$ in cui $\Phi$ è nella forma canonica.

G1. Nello spazio euclideo $\mathbf{E}^4$, si considerino il piano $\pi$, di equazioni cartesiane

$$x + y - 2z + w + 2 = 3x + 3y + 2z - w - 2 = 0,$$

e la retta $l$, passante per i punti $R \equiv (1, 0, 0, 0)$ e $S \equiv (0, 1, 0, 3)$.

(a) Si determini l'equazione cartesiana dell'iperpiano $\Omega$, contenente $\pi$ e parallelo a $l$.

(b) Si determini la minima distanza tra $\pi$ e $l$.

(c) Siano $\Pi$ e $L$ le chiusure proiettive rispettivamente di $\pi$ e $l$. Si determinino $\Pi \cap L$ e $\Pi + L$.

G2. Nello spazio proiettivo reale $\mathbf{P}^3$, sia $\mathcal{Q}$ la quadrica di equazione

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_3 - 8x_1x_4 - 4x_3x_4 = 0$$

(a) Si riconosca $\mathcal{Q}$.

(b) Si riconosca la conica $\Gamma$, tagliata da $\mathcal{Q}$ sul piano $\Lambda$ di equazione $x_1 - 4x_4 = 0$.

(c) Si stabilisca se il piano $\Lambda$ è tangente a $\mathcal{Q}$.

N.B. *Tutti i risultati devono essere giustificati con brevi e chiare spiegazioni.*