

RELAZIONE SULL'ATTIVITÀ SCIENTIFICA E DIDATTICA SVOLTA NEL BIENNIO 2018–2019

dal Prof. Antonio Lanteri

Il sottoscritto Antonio Lanteri, professore ordinario nel s.s.d. MAT/03 – Geometria presso la Facoltà di Scienze e Tecnologie (già Facoltà di Scienze M.F.N.) della Università degli Studi di Milano (straord. dal 9 mar. 1987), afferente al Dipartimento di Matematica “F. Enriques”, conclude il suo servizio con l’anno accademico 2018/2019. Dal 1993 egli è stato responsabile di vari progetti di ricerca facenti capo al s.s.d. MAT/03 – Geometria. È socio dell’Unione Matematica Italiana dal 1975, membro della American Mathematical Society dal 1980, afferente al Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche e Geometriche e le loro Applicazioni (G.N.S.A.G.A.) dell’Istituto Nazionale di Alta Matematica (già del Consiglio Nazionale delle Ricerche) dal 1975, è stato membro del Seminario Matematico e Fisico di Milano dal 1987 ed è Membro Effettivo dell’Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere dal 2010 (Socio Corrispondente dal 1998). Dal 1996 al 2004 è stato membro del Consiglio Scientifico della “Revista Matemática Complutense”.

Gli interessi di ricerca coltivati nel biennio 2018–2019 rientrano nell’ambito della geometria algebrica classica e riguardano la geometria e la classificazione delle varietà proiettive complesse di dimensione ≥ 2 , con particolare riferimento ai sistemi lineari, alle varietà speciali e alla teoria dei fibrati vettoriali ampi.

L’attività scientifica svolta nel biennio in esame si è concretizzata nei lavori elencati qui di seguito. Nell’elenco 0 sono riportate pubblicazioni posteriori al 2017, ma relative a ricerche condotte precedentemente. Nell’elenco 1 sono indicati invece quei lavori relativi a ricerche sviluppate nel corso del biennio in esame, ancorché non tutti pubblicati alla data odierna.

Elenco 0.

- [1] A. Lanteri, A. L. Tironi, *Generalized polarized manifolds with low second class*, arXiv: 1608.07732v2[math.AG] submitted, Rev. preprint, 2018.
- [2] A. Lanteri, *Hilbert curves of quadric fibrations*, Internat. J. Math. **29** (2018), (20 pages).
- [3] A. Lanteri, *A property of Hilbert curves of scrolls over surfaces*, Comm. Algebra **46** (2018), 139–154.
- [4] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, R. Piene, *Corrigendum to “Inflectional loci of quadric fibrations” [J. Algebra, 441 (2015), 363–397]*, J. Algebra **508** (2018), 589–591.

Elenco 1.

- [1] A. Lanteri, A. L. Tironi, *Hilbert curve characterization of some relevant polarized manifolds*, arXiv: 1803.01131[math.AG].

- [2] A. Lanteri, A. L. Tironi, *the Hilbert curve of a 4-dimensional scroll with a divisorial fiber*, Taiwanese J. Math., DOI: 10.11650/tjm/190206 (to appear).
- [3] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, *Rational conic fibrations of sectional genus two*, Adv. Geom. (to appear).
- [4] A. Lanteri, A. L. Tironi, *Characterizing some polarized Fano fibrations via Hilbert curves*, submitted, Preprint, 2019.
- [5] M. L. Fania, A. Lanteri, *Hilbert curves of conic fibrations over smooth surfaces*, Preprint, 2019.
- [6] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, *Projective bundles enveloping rational conic fibrations and osculation*, Preprint, 2019.

In relazione al tema dominante i lavori più recenti possono raggrupparsi in modo schematico come segue.

- a) Sistemi lineari: aggiunta e classificazione di varietà con proprietà particolari (lavori [1], [2], [4], [5]).
- b) Fibrati vettoriali ampi e varietà speciali: individuazione di nuovi invarianti e classificazione (lavoro [1] dell'elenco 0).
- c) Geometria proiettiva differenziale: osculazione e varietà duali di ordine superiore per varietà speciali (lavori [3], [6]).

Segue una breve descrizione dei lavori, gruppo per gruppo. Per varietà si intende sempre una varietà proiettiva complessa X , n -dimensionale, non singolare e K_X ne denota il fibrato canonico.

a) Ad ogni varietà polarizzata (X, L) , di dimensione n si può associare una curva algebrica piana affine Γ di grado n , detta curva di Hilbert di (X, L) , definita dal complessificato del polinomio fornito dal teorema di Riemann–Roch per la caratteristica di Eulero–Poincaré $\chi(xK_X + yL)$, guardando x ed y come delle variabili complesse. Dato che i coefficienti del polinomio sono numeri razionali, Γ può essere considerata anche nel piano affine reale. Come mostrato in un precedente lavoro con Beltrametti e Sommese, fondatare per lo studio di questo ente, la curva Γ riflette diverse proprietà interessanti della coppia (X, L) e in alcuni casi si congettura che la forma speciale di Γ possa caratterizzare la struttura di (X, L) .

Tale congettura, già dimostrata dall'autore in lavori precedenti per alcune classi di varietà polarizzate, viene confermata in [1] e [4] per varie classi di varietà polarizzate di particolare interesse per la teoria dell'aggiunzione, scegliendo come punto di partenza lo studio delle curve di Hilbert delle varietà di Fano, che notoriamente rappresentano i mattoni per la costruzione delle varietà speciali per l'aggiunzione. Nell'ambito dello stesso tema, in [2], si considera una particolare varietà polarizzata 4-dimensionale (X, L) rappresentabile come scroll su una superficie in senso classico ed anche come scroll su un'altra superficie dal punto di vista dell'aggiunzione, si mostra come una questione sottile posta nel lavoro originale sulle curve di Hilbert abbia una risposta positiva o negativa a seconda di quale delle due strutture di scroll si considera su (X, L) . Ciò mostra un possibile utilizzo della curva di Hilbert al fine di rivelare l'esistenza di fibre divisoriali per certi scroll. In [5] si studia la curva di Hilbert per le varietà tridimensionali fibrate in coniche su una superficie, con

particolare riferimento alla sua riducibilità. In relazione a questa, l'analisi mette in luce la particolare rilevanza del fatto che la fibrazione in coniche sia priva di curva discriminante.

b) [1] nell'elenco 0 è la revisione di un lavoro redatto nel 2016 (descritto nella relazione triennale 2015–2017). Diversi risultati ottenuti nella versione precedente sono migliorati. In particolare, l'utilizzo di un lavoro di Yokoyama consente di riproporre in modo più diretto e chiaro la classificazione delle superfici polarizzate (S, L) per le quali la differenza $c_2(J_1 L) - L^2$ è piccola, che costituisce il punto di partenza del lavoro [1].

c) A seguito di un lavoro con Mallavibarrena e Piene del 2015, lo studio dell'osculazione per varietà $X \subset \mathbb{P}^N$ si è andato spostando sulle superfici fibrato in coniche su una curva e particolarmente su \mathbb{P}^1 . In un lavoro con Mallavibarrena erano stati studiati i luoghi inflessionali di certe superfici razionali di genere sezionale 2, dette di Castelnuovo. Al fine di collocare queste superfici in un contesto adeguato si è reso necessario analizzare in dettaglio le superfici razionali con genere sezionale 2, partendo dal caso in cui il fibrato polarizzante è solo ampio. Il lavoro [3] risponde appunto a questa esigenza. In particolare, correggendo un risultato di Ekin Bese degli anni '80 e collegandosi ad un studio delle superfici "debolmente" di del Pezzo dovuto a Demazure, si fornisce una precisa caratterizzazione della molto ampiezza del fibrato lineare corrispondente ad un sistema di quartiche piane nodate aventi un certo numero di punti base. Alcuni risultati stabiliti in questo lavoro giocano poi un ruolo essenziale nel lavoro [6], dove per una fibrazione in coniche razionale X si introduce il fibrato proiettivo involupante P , con l'idea di paragonare i luoghi inflessionali di X con quelli di P , almeno nel caso in cui questo sia uno scroll. A questo scopo è necessario preliminarmente chiarire le connessioni tra la geometria di X e quella di P , problema di interesse in sé, a prescindere dalla osculazione. Questa analisi occupa buona parte di [6]. In particolare, analizzando le coppie (X, P) che risultano compatibili, nel caso in cui X ha genere sezionale 2, si forniscono vari esempi concreti che mostrano la difficoltà di collegare i luoghi inflessionali di X e di P in modo soddisfacente. Va anche osservato che questa stessa difficoltà ha fatto emergere un errore nel lavoro con Mallavibarrena e Piene, già ricordato, che ha portato alla correzione in [4] dell'elenco 0.

Ulteriori ricerche negli ambiti sopra indicati sono tuttora in svolgimento.

Nel corso del biennio in esame il sottoscritto ha mantenuto diversi contatti scientifici con istituzioni italiane ed estere stabiliti nel corso degli anni precedenti, in particolare: *De Paul University*, Chicago (U.S.A.), Prof. Gian Mario Besana; *Royal Institute of Technology*, Stoccolma (Svezia), Prof. Sandra Di Rocco; *Universidad Complutense* Madrid (Spagna), Prof. Enrique Arrondo, Prof. Raquel Mallavibarrena; *Universidad Rey Juan Carlos*, Mostoles-Madrid (Spagna), Prof. Roberto Muñoz; *Universidad de Concepción* (Chile), Prof. Andrea L. Tironi; *Università di L'Aquila*, Prof. M. Lucia Fania; *University of Notre Dame*, South Bend, Indiana (U.S.A.), Prof. Andrew J. Sommese; *University of Oslo* (Norvegia), Prof. Ragni Piene; *University of Utah*, Salt Lake City (U.S.A.), Prof. Tommaso de Fernex;

Yokohama University (Giappone), Prof. Atsushi Noma.

Per quanto riguarda le attività di ricerca inquadrata nell'ambito di progetti locali o nazionali, il sottoscritto è stato:

- membro dell'unità operativa di Milano afferente al PRIN 2017 cofinanziato dal MIUR "Moduli and Lie theory" coordinato dal Prof. K. O'Grady;
- membro del GNSAGA dell'INdAM;
- membro del progetto di ricerca interdipartimentale di UniMi "Geometria delle varietà proiettive e sue applicazioni", coordinato dalla prof.ssa C. Turrini;

Nel periodo in esame, il sottoscritto ha partecipato ai seguenti eventi scientifici:

1. "Classical algebraic Geometry, in honor of Mauro Beltrametti", Univ. of Genova, 2–5 lug. 2018
2. Genova–Torino–Milano Seminar: some topics in Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Politecnico di Milano, 18–19 lug. 2018
3. Giornata in memoria di Michele See, Univ. di Milano, 11 ott. 2018
4. "A Journey through Projective and Birational Geometry. Together with Marco Andreatta", Univ. of Trento, 7–11 gen. 2019
5. "Classical Algebraic Geometry in Milano", in honor of Antonio Lanteri on the occasion of his 70th birthday, Univ. of Milano, 8–11 lug. 2019
6. "Ricordando i 500 anni dalla scomparsa di Leonardo da Vinci", Istituto Lombardo e Lezioni Leonardesche, Bibliot. Braidense, Milano, 29 ott. 2019

Nell'ambito di 1 ha tenuto la conferenza "Characterizing some polarized manifolds via Hilbert curves".

Ha partecipato inoltre a vari seminari, corsi avanzati e workshop attinenti alla geometria algebrica che hanno avuto luogo presso il Dipartimento di Matematica.

Ha effettuato alcune missioni di breve periodo in Italia e all'estero per svolgere attività di ricerca: 8–12 feb. 2018, 15–19 nov. 2018 (Prof. G.M. Besana), De Paul Univ., Chicago; 13–19 ott. 2019 (Prof. R. Mallavibarrena), Univ. Complutense di Madrid.

Nell'ambito delle attività previste dai vari progetti di cui sopra, ha ricevuto visite di colleghi italiani e stranieri; tra questi:

- Prof. R. Mallavibarrena (Univ. Complut. Madrid), 14–20 gen. 2018, 13–19 gen. 2019;
- Prof. A. L. Tironi (Univ. de Concepción, Chile), 18 dic. 2017–6 gen. 2018, 21 gen. –2 mar. 2018, 25–31 lug. 2018, 20 dic. 2018–4 gen. 2019, 16–30 lug. 2019;
- Prof. M. L. Fania (Univ. di L'Aquila), 10–12 set. 2019.

Infine, nel triennio in esame, è stato autore di varie recensioni: (1 per "Math-

ematical Reviews” e 16 per “Zentralblatt für Mathematik”) e *referee* per la rivista internazionale, “Mediterranean J. Math.”.

È stato membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Scienze Matematiche dalla sua istituzione sino al Feb. 2019. Per lo stesso Dottorato terrà il corso “Miscellanea on Complex Projective Manifolds”, nel periodo mar.–apr. 2020.

Per quanto attiene alle attività didattiche svolte nell’ambito dei corsi di studio, in tutto il periodo in esame ha tenuto il corso di “Geometria 2” (9 cfu) per la LT in Matematica, nonché il corso di “Superfici algebriche” (6 cfu), per la LM in Matematica. A tale corso hanno partecipato diversi studenti del Programma ALGANT, e anche studenti di dottorato delle Università di Milano e di altri atenei.

In tutti e due gli anni accademici ha tenuto inoltre una parte (3 cfu) del corso di Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale (un corso di Matematica discreta), per la LT in Informatica per la Comunicazione Digitale (Collegio Didattico di Informatica).

Oltre a partecipare agli esami dei corsi suddetti, in diverse occasioni è stato membro o presidente di commissione per gli esami di laurea triennale e magistrale in Matematica.

Nel corso del 2018 ha diretto la tesi di laurea del dott. M. Orsini su argomenti inerenti l’osculazione per superfici di genere sezionale due (tesi discussa nella seduta di laurea del 24 ott. 2018).

Per quanto attiene alle attività organizzative, il sottoscritto è, o è stato:

- membro della Commissione Scientifica del Dipartimento di Matematica, dalla sua istituzione.
- decano del Dipartimento di Matematica da apr. 2014 e in tale veste, nel biennio in esame, ha attivato le procedure per l’elezione del Presidente del Collegio Didattico per il triennio accademico 2018–21 (giu. 2018) e, come decano del Collegio dei Docenti del Dottorato in Scienze Matematiche, quella per l’elezione del Coordinatore per il triennio accademico 2018–21 (set. 2018).
- presidente della Commissione per l’ammissione alla Laurea Magistrale in Matematica istituita dal Collegio Didattico di Matematica (dal 2013).

Infine, nel corso del biennio in esame egli è stato:

- presidente della Commissione di Concorso per l’attribuzione di un posto di professore di seconda fascia del s. s. d. MAT/03–Geometria presso l’Univ. dell’Insubria, Como (feb.–mar. 2018);
- membro della Commissione di Concorso per l’attribuzione di un posto di ricercatore di tipo B del s. s. d. MAT/03–Geometria presso l’Univ. di Ferrara (giu.–lug. 2018);

- membro della Commissione di Concorso per l'attribuzione di un posto di ricercatore di tipo A del s. s. d. MAT/03–Geometria presso l'Univ. di Genova (lug.–ott. 2018);

- referee per la promozione a una posizione di "Full Professor" in una importante Università giapponese (dic. 2018 – gen. 2019).

In fede,

Milano, 1 Dicembre 2019