RELAZIONE SULL'ATTIVITÀ SCIENTIFICA E DIDATTICA SVOLTA NEL TRIENNIO 2006–2008

dal Prof. Antonio Lanteri

Il sottoscritto Antonio Lanteri è professore ordinario del settore scientifico disciplinare MAT/03–Geometria presso la Facoltà di Scienze M.F.N. della Università degli Studi di Milano (straord. dal 9/3/1987) ed afferisce al Dipartimento di Matematica "F. Enriques". Dal 1993 è responsabile di vari progetti di ricerca facenti capo al settore MAT/03; è membro del Seminario Matematico e Fisico di Milano dal 1987 e Socio Corrispondente dell'Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere, dal 1998. Dal 1996 al 2004 è stato membro del Consiglio Scientifico della "Revista Matemática Complutense".

Gli interessi di ricerca coltivati nel triennio 2006–2008 rientrano nell'ambito della geometria algebrica classica e riguardano la geometria e classificazione delle varietà proiettive complesse di dimensione ≥ 2, con particolare riferimento ai sistemi lineari, alle varietà speciali e alla teoria dei fibrati vettoriali ampi.

L'attività di ricerca svolta si è concretizzata nei lavori elencati qui di seguito. Nell'elenco 0 sono riportate pubblicazioni posteriori al 2005, ma relative a ricerche condotte precedentemente. Nell'elenco 1 appaiono invece quei lavori relativi a ricerche sviluppate nel corso del triennio in esame, ancorchè non tutti pubblicati alla data odierna.

Elenco 0.

[1] A. Biancofiore, M. L. Fania, A. Lanteri, *Semipolarized nonruled surfaces with sectional genus two*, Beitr. Alg. Geom. **47** (2006), 157–193.

[2] T. de Fernex, A. Lanteri, *Bad loci of free linear systems*, Adv. Geom. **6** (2006), 93–107.

[3] A. Lanteri, R. Muñoz, *Varieties with small discriminant variety*, Trans. Amer. Math. Soc. **358** (2006), 5565–5585.

[4] A. Lanteri, H. Maeda, *Ample vector bundles and Bordiga surfaces*, Math. Nachr. **280** (2007), 302–312.

[5] D. Fusi, A. Lanteri, *Ample vector bundles with small $g - q$*, Comm. Algebra **34** (2006), 2889–3008.

Elenco 1.

[1] M. C. Beltrametti, C. Ciliberto, A. Lanteri, A. J. Sommese, *On the birationality of the bicanonical map of a surface section of a threefold*, Comm. Algebra **35** (2007), 1627–1650.

[2] A. Lanteri, H. Maeda, *Ample vector bundles with sections vanishing on submanifolds of sectional genus three*, Algebra, Geometry and their Interactions, A. Corso, J. Migliore, C. Polini eds, Contemp. Math., vol. 448, Amer. Math. Soc., Providence, 2007, pp. 165–182.

[3] G. M. Besana, S. Di Rocco, A. Lanteri, *Higher order bad loci*, J. Pure Appl. Algebra **211**

(2007), 414–427.

[4] A. Lanteri, C. Novelli, *Ample vector bundles with zero loci of small Δ-genera*, Adv. Geom. **8** (2008), 227–256.

[5] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, R. Piene, *Inflectional loci of scrolls*, Math. Z. **258** (2008), 557–564.

[6] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, *Osculating properties of decomposable scrolls*, Math. Nachr., Preprint, 2006 (to appear).

[7] A. Lanteri, H. Maeda, *Projective manifolds of sectional genus three as zero loci of sections of ample vector bundles*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **144** (2008), 109–118.

[8] A. Lanteri, R. Muñoz, *Discriminant locus of ample and spanned line bundles*, J. Pure Appl. Algebra **212** (2008), 808–831.

[9] A. Lanteri, C. Novelli, *Varieties of small degree with respect to codimension and ample vector bundles*, J. Math. Soc. Japan **60** (2008), 341–361.

[10] A. Lanteri, H. Maeda, *Ample vector bundles with zero loci having a bielliptic curve section of low degree*, Geom. Dedicata **131** (2008), 111–122.

[11] M. Beltrametti, T. de Fernex, A. Lanteri, *Ample subvarieties and rationally connected fibrations*, Math. Ann. **341** (2008), 897-926.

[12] A. Lanteri, R. Muñoz, *Low dimensional discriminant loci and scrolls*, (Preprint, 2008).

[13] A. Lanteri, H. Maeda, *Double covers of Del Pezzo manifolds and bielliptic curve sections*, (Preprint, 2008).

[14] A. Lanteri, C. Novelli, *Ample vector bundles of small Δ-genera*, (Preprint, 2008).

[15] M. C. Beltrametti, A. Lanteri, A. J. Sommese, *Hilbert curves of polarized varieties, I*, (Preprint, 2008).

In relazione al tema dominante i lavori dell'elenco 1 possono raggrupparsi in modo schematico come segue.

a) Sistemi lineari e sezioni iperpiane: classificazione di varietà con proprietà particolari, luoghi discriminanti, nuovi invarianti di varietà polarizzate (lavori [1], [3], [8], [12], [13], [15]).
b) Fibrati vettoriali ampi e varietà speciali: risultati di classificazione, sottovarietà ampie (lavori [2], [4], [7], [9], [10], [11], [14]).
c) Geometria proiettiva differenziale: osculazione e varietà duali di ordine superiore (lavori [5], [6]).

Segue un breve cenno di descrizione dei lavori, gruppo per gruppo. Per varietà si intende sempre una varietà proiettiva complessa n-dimensionale, non singolare a meno che non sia fatto esplicito riferimento a singolarità.

a) Lo studio delle restrizioni che derivano ad una varietà dalle sue sezioni con spazi lineari occupa un ruolo rilevante nella geometria delle varietà proiettive. Nello studio delle varietà con una sezione iperpiana speciale si inquadra il lavoro [1], intendendo la specialità nel comportamento del fibrato canonico. Negli anni '80, l'aggiunzione si è rivelata uno strumento particolarmente efficace nello studio delle varietà proiettive con una curva sezione iperellittica, cioè con mappa canonica non birazionale. Risultati più recenti di Beltrametti e Sommese hanno consentito di mettere tra gli obiettivi possibili lo studio delle varietà una cui superficie sezione presenti un comportamento singolare per qualche mappa pluricanonica. In [1] si considera una varietà tridimensionale M, polarizzata da un fibrato lineare molto ampio L, di tipo log-generale, e si studia la mappa bicanonica di una superfcie liscia S del sistema lineare $|L|$. Nelle situazioni non ancora considerate in letteratura ($q(M) = 0$ e $p_g(S) = 3, 4, 5$), si dimostra che essa è birazionale salvo in un caso che viene opportunamente caratterizzato.

Studi sulle varietà dotate di una curva sezione biellittica hanno evidenziato la mancanza di risultati di classificazione e addirittura penuria di esempi per valori del grado compresi tra 9 e 17. Nel lavoro [13], ispirato ad alcuni aspetti dello studio delle varietà con una curva sezione iperellittica, si fornisce una costruzione generale considerando i rivestimenti doppi $\pi : X \to W$ delle varietà (W, H) di Del Pezzo. In particolare si studia la molto ampiezza del fibrato lineare π^*H, ottenendo un risultato che va al di là di quanto attualmente permetta di stabilire la teoria dell'aggiunzione. Ciò consente di fornire, da un punto di vista unificante, diversi nuovi esempi di varietà polarizzate contenenti delle curve sezioni biellittiche.

Sia X una varietà dotata di un fibrato lineare ampio L, globalmente generato da uno spazio V di sue sezioni. In lavori precedenti è stato introdotto e studiato diffusamente il *bad locus* della coppia (X, V). Esso è costituito dai punti x di X tali che ogni elemento del sistema lineare $|V|$ definito da V, passante per x, sia riducibile o non ridotto. In [3] si generalizza questo concetto a quello di *bad* 0*-scheme* e se ne studiano le proprietà. In particolare si stabiliscono delle relazioni tra la minima lunghezza di siffatti 0-schemi, la dimensione n e la positività del fibrato lineare L, espressa in termini di k-molto ampiezza. Un'altra possibile generalizzazione della nozione di bad point, anch'essa studiata in [3], è quella di *bad linear space*. Va rilevato che per varietà liscie, tale nozione riguarda esclusivamente il caso in cui il sistema lineare $|V|$ non sia molto ampio.

Risultati stabiliti negli anni '90 da Lanteri, Palleschi e Sommese hanno consentito di rivisitare la teoria classica della dualità delle varietà proiettive nel contesto più generale dello studio del luogo discriminante di un sistema lineare definito da un fibrato lineare ampio e globalmente generato. Questo studio, oltre a fornire una prospettiva unificante ha posto nuovi problemi di un certo interesse, affrontati negli ultimi anni con Muñoz. Sia X una varietà proiettiva e sia L un fibrato lineare su X, ampio e globalmente generato da uno spazio V di sue sezioni. Il luogo discriminante $\mathcal{D}(X, V)$ parametrizza gli elementi singolari del sistema lineare associato a V e ne costituisce un sottoinsieme algebrico. In [8] si studiano le componenti irriducibili di $\mathcal{D}(X, V)$ in connessione con i *jumping sets* della coppia (X, V), ottenendo una generalizzazione del classico teorema di bidualità. Inoltre si studia il grado del discriminante (cogrado di (X, L, V)) ottenendo alcune limitazioni in termini di altri caratteri di (X, L) e si classificano curve e superfici di cogrado 2 e 3. Si esclude la possibilità che il cogrado possa essere 1. Si forniscono inoltre numerosi esempi significativi e, sotto opportune ipotesi, una classificazione completa delle superfici con cogrado ≤ 8.

In [12] le terne (X, L, V) come sopra vengono classificate nell'ipotesi che il luogo discriminante $\mathcal{D}(X, V)$ abbia codimensione pari a $n - i$, $i = 3, 4, 5$ (nel sistema lineare $|V|$). Il caso $i = 5$ richiede come ipotesi aggiuntiva che X abbia numero di Picard 1. In effetti si dimostra che tale codimensione non può essere $n-4$ e vale $n-3$ se e soltanto se (X, L) è uno scroll su una curva liscia. Quando la codimensione è $n - 5$ e il numero di Picard è 1, entrano in gioco solo la Grassmanniana delle rette di $\mathbb{P}^4$ immersa con l'immersione di Plüker o la sua generica sezione iperpiana. Ingrediente fondamementale per stabilire questo risultato è il calcolo dell'ultima classe di Chern del primo *jet bundle* per varietà che siano scroll su una varietà oppure fibrazioni in iperquadriche su una curva. Nel lavoro si discutono anche ulteriori conseguenze di questo calcolo.

Associare ad una varietà lo spazio vettoriale reale delle classi di equivalenza numerica dei suoi divisori si è rivelato assai produttivo per le conseguenze a cui ha portato lo studio del cono di Kleiman–Mori. Considerare il complessificato di questo spazio potrebbe suggerire un nuovo interessante punto di vista. Questa è l'idea alla base di [15]. Sia X una varietà proiettiva complessa, normale, di Gorenstein: si introduce la varietà di Hilbert V_X definita dal polinomio di Hilbert $\chi(x_1 L_1 + \ldots + x_\rho L_\rho)$, dove $L_1, \ldots, L_\rho$ è una base per il gruppo di Picard di X, e $x_1, \ldots, x_\rho$ vengono considerate come variabili complesse. Dopo avere discusso alcune proprietà generali di V_X lo studio viene specializzato alla curva di Hilbert di una varietà polarizzata (X, L). Si tratta della curva piana di grado n associata al polinomio $\chi(xK_X + yL)$. Si mostra che la sua chiusura proiettiva riflette proprietà interessanti della struttura di (X, L). Particolare enfasi è posta sul caso delle varietà polarizzate tridimensionali.

b) Per la maggior parte i lavori di questo gruppo rientrano nell'ambito di un programma sui fibrati vettoriali ampi intrapreso e sviluppato con Maeda a partire dagli anni '90. Oggetto di studio sono varietà X di dimensione $n \geq 3$, dotate di un fibrato vettoriale ampio $\mathcal{E}$ di rango r, $2 \leq r \leq n-1$, con una sezione che si annulla su una sottovarietà liscia Z, della dimensione attesa $n - r$, che sia speciale, in un senso da precisare volta per volta. Lo scopo è quello di classificare le coppie $(X, \mathcal{E})$ coinvolte, o, in subordine, fornire dei teoremi di struttura significativi. Risultati in questa direzione hanno portato a generalizzare vari teoremi sulle varietà speciali contenute in un'altra varietà come divisori ampi (Mori, Sommese, Fujita, Bădescu). Inoltre, alcuni di essi hanno consentito di rivisitare con successo diverse tematiche classiche di geometria delle varietà proiettive nel contesto più generale dei fibrati vettoriali ampi.

In [2], in aggiunta ad $X, \mathcal{E}$ e Z come sopra, si considera un fibrato lineare H su X e si suppone che il sistema lineare associato $|H|$ fornisca una *embedding* della sottovarietà Z. Questa ipotesi permette di classificare le terne $(X, \mathcal{E}, H)$ per le quali Z, immersa da $|H|$, è una varietà di genere sezionale tre. Questo costituisce un primo passo verso la classificazione dei fibrati vettoriali ampi di rango $n - 1$ su X con genere curvilineo 3. In [7], supponendo semplicemente che il fibrato ristretto H_Z sia molto ampio, si riduce l'ipotesi tecnica di [2] e si perviene ad un risultato di classificazione più completo. Sempre supponendo che H_Z sia molto ampio, in [10] si classificano le terne $(X, \mathcal{E}, H)$ per le quali la varietà (Z, H_Z) ha dimensione ≥ 3, grado ≤ 8 ed ammette una curva sezione biellittica. Nel passaggio al contesto dei fibrati vettoriali l'eliminazione di alcuni casi derivanti dalla classificazione proiettiva comporta analisi delicate basate sulla teoria delle deformazioni di curve razionali.

In [4] si classificano le terne $(X, \mathcal{E}, H)$ con H_Z molto ampio, nell'ipotesi che la varietà polarizzata (Z, H_Z) abbia Δ-genere ≤ 3 oppure piccolo in rapporto al corango $n - r$ di $\mathcal{E}$ o al grado H_Z^{n-r}. In [9] si affronta il problema della classificazione nell'ipotesi che Z, immersa da $|H_Z|$, risulti essere una varietà di grado piccolo rispetto alla codimensione (nel senso di Ionescu). La nozione di Δ-genere, introdotta da Fujita per lo studio delle varietà polarizzate, non ha ancora un corrispettivo soddisfacente per fibrati vettoriali ampi. In [14] si introduce un Δ-genere $\Delta(X, \mathcal{E})$ strettamente legato allo scroll associato ad $(X, \mathcal{E})$ e si classificano le coppie $(X, \mathcal{E})$ con Δ-genere piccolo. Più forti sono le proprietà del fibrato vettoriale ampio $\mathcal{E}$ (generazione globale, molto ampiezza), più alti sono i valori di $\Delta(X, \mathcal{E})$ raggiunti dai risultati.

Considerare sottovarietà che sono luoghi di zeri di un fibrato vettoriale ampio non è la sola maniera di generalizzare a codimensione maggiore la nozione di divisore ampio. Un maniera alternativa, ma sensibilmente più debole, è quella di considerare "ampia" una sottovarietà il cui fibrato normale nella varietà ambiente sia ampio. In [11], data una sottovarietà liscia Y, ampia, di X, si studia la estendibilità ad X di una fibrazione su Y con fibre razionalmente connesse. Data una famiglia di curve razionali su X che induce una famiglia ricoprente Y, sotto opportune ipotesi è possibile correlare le strutture fibrate indotte su X ed Y. Applicazioni di questo studio includono un teorema di estensione per contrazioni di Mori di tipo fibrato e teoremi di classificazione per X nel caso in cui Y ammetta una struttura di fibrato proiettivo o di fibrazione in quadriche.

c) Nello studio delle varietà duali di ordine superiore, rivestono particolare interesse quelle varietà che presentano un comportamento patologico con riferimento all'osculazione. Tra queste, le più indagate in letteratura sono gli scroll.

Sia $X \subset \mathbb{P}^N$ uno scroll su una curva liscia e sia $L = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^N}(1)|_X$ il suo fibrato iperpiano. In [5] si mostra come la speciale geometria di X comporti che certi fasci collegati ai fasci delle parti principali di L siano localmente liberi. Il fatto che i luoghi inflessionali di X si possano esprimere per mezzo di questi fasci permette allora di ottenere delle formule esplicite per le classi di coomologia dei suddetti luoghi. Da queste formule consegue, in particolare, che i soli scroll privi di luogo inflessionale di ordine massimo sono quelli razionali normali bilanciati. Ciò estende a dimensione arbitraria risultati ottenuti da Shifrin e da Piene e Tai negli anni '80.

Gli spazi osculatori degli scroll sono anche il tema del lavoro [6]. In particolare si considerano scroll $X \subset \mathbb{P}^N$ su una curva di genere arbitrario, anche non linearmente normali, ma decomponibili. Estendendo a questi un'idea utilizzata da Piene e Sacchiero per gli scroll razionali normali, si studiano i luoghi inflessionali di X, correlandoli a quelli delle loro curve direttrici. In questo contesto più generale, si studia il secondo luogo discriminante di X, che, di norma, contiene delle componenti derivanti dai flessi. Si esibisce e si caratterizza una classe di scroll 2-dimensionali razionali non normali privi di flessi (che costituiscono un ulteriore controesempio alla parte pari dimensionale di una congettura di Piene e Tai). Si discutono infine altre proprietà legate all'osculazione per scroll non necessariamente decomponibili.

Ulteriori ricerche negli ambiti a), b) e c) sono in corso e si ritiene che potranno portare a dei risultati significativi.

Nel corso del triennio in esame il sottoscritto ha mantenuto ed ampliato i contatti scientifici con varie istituzioni estere già stabiliti in anni precedenti e, in particolare, ha sviluppato o contribuito a sviluppare rapporti di collaborazione con:

- la *Waseda University* di Tokyo (Giappone), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con il Prof. Hidetoshi Maeda;

- la *University of Notre Dame*, Indiana (U.S.A.), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con il Prof. Andrew J. Sommese;

- la *De Paul University* di Chicago (U.S.A.), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con il Prof. Gian Mario Besana;

- la *University of Utah*, Salt Lake City (U.S.A.), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con il Prof. Tommaso de Fernex e promuovendo l'inserimento del Dott. Davide Fusi nel Dept. of Math. come visiting scholar;

- la *Universidad Complutense* di Madrid (Spagna), collaborando con con il Prof. Enrique Arrondo nell'ambito del programma Socrates–Erasmus per lo scambio di docenti, con il Prof. Javier F. Gallego, nell'ambito del progetto di internazionalizzazione della Facoltà di Scienze M.F.N., svolgendo attività di ricerca in collaborazione con la Prof. Raquel Mallavibarrena e intrattenendo scambi di informazione scientifica con il Dott. José Carlos Sierra.

- la *Universidad Rey Juan Carlos*, Mostoles–Madrid (Spagna), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con il Prof. Roberto Muñoz;

- il *Royal Institute of Technology* di Stoccolma (Svezia), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con la Prof. Sandra Di Rocco;

- la *University of Oslo* (Norvegia), svolgendo attività di ricerca in collaborazione con la Prof. Ragni Piene.

Per quanto riguarda le attività di ricerca inquadrate nell'ambito di progetti locali, nazionali, o internazionali, ed il loro coordinamento, il sottoscritto è stato:

- membro di EAGER (network europeo di ricerca: European Algebraic Geometry Education and Research);

- membro dell'unità operativa di Milano afferente al PRIN cofinanziato dal MIUR (Cofin 2004) "Geometria sulle Varietà Algebriche" coordinato dal Prof. S. Verra;

- membro dell'unità operativa di Milano afferente al PRIN cofinanziato dal MIUR (Cofin 2006) "Varietà algebriche, motivi e geometria aritmetica" coordinato dal Prof. C. Pedrini;

- membro dell'unità di ricerca di Milano relativa al progetto "Birational Geometry of Projective Varieties" dell'INdAM (Istituto Nazionale di Alta Matematica "F. Severi"), coordinato dal Prof. A. F. Lopez.

- membro del GNSAGA (Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche e Geometriche e le loro Applicazioni) dell'INdAM;

- responsabile del gruppo locale di ricerca FIRST (ex quota 60%) "Questioni di Geometria algebrica e aritmetica, di Topologia e di Algebra";

Nel periodo in esame, il sottoscritto ha partecipato ai seguenti eventi scientifici:

1. "Problemi e ricerche negli ultimi 50 anni in Geometria algebrica, Algebra, Logica matematica e Didattica della matematica", convegno in onore di Giovanni Dantoni, Catania, 19–20/1/ 2006.

2. "Giornata INdAM 2006", Milano, 12/6/2006.

3. "Giornate Genovesi INdAM-2006" nell'ambito delle attività del progetto di ricerca INdAM "Birational Geometry of Projective Varieties", Genova, 20–21/10/ 2006.

4. Workshop "Higher dimensional varieties", Milano, 27/10/2006.

5. "Giornata in memoria di Cesarina Tibiletti Marchionna", Milano, 7/11/2006.

6. "Geometria proiettiva e birazionale delle varietà algebriche", Scuola avanzata di Dottorato, Gargnano del Garda, Bs, 10–14/4/2007.

7. Workshop "Moduli di curve", Milano 17/4/2007.

8. "Projective Geometry and Commutative Algebra in Applications", Genova, 15–16/6/2007.

9. "Geometry of special varieties", School and workshop, Trento 10–15/9/2007.

10. "Giornate Genovesi II" nell'ambito delle attività del progetto di ricerca INdAM "Birational Geometry of Projective Varieties", Genova, 25–26/1/2008.

11. "Interactions of classical and numerical algebraic geometry", Univ. of Notre Dame, IN, U.S.A., 22–24/5/2008.

12. "International Conference in Algebraic Geometry", IMAR, Bucharest, 30/6–5/7/2008.

13. "Ricordo Scientifico di Francesco Gherardelli", Firenze, 13/12/2008.

In relazione agli eventi suddetti è stato organizzatore locale di 2 e coorganizzatore di 4 e 6. Ha tenuto le seguenti conferenze su invito:

- *Varietà duali e luoghi discriminanti*, Univ. di Catania, 20/1/2006 (nell'ambito di 1),

- *Luoghi discriminanti e loro difetti*, Univ. di Genova, 21/10/2006 (nell'ambito di 3),

- *Inflectional loci of scrolls*, CIRM, Trento, 14/9/2007 (nell'ambito di 9),

- *Revisiting classification by sectional genus in the setting of ample vector bundles*, IMAR, Bucharest, 3/7/2008 (nell'ambito di 12).

Ha tenuto inoltre conferenze su invito presso l'Università di Genova il 9/10/2007 e presso l'Università di Pisa il 13/2/2008.

Ha effettuato alcune missioni di breve periodo in Italia e all'estero per svolgere attività di ricerca in collaborazione (Genova, 6–9/12/2006,7–8/6/2007, 25–27/11/2007, 30/7/2008, 2–4/12/2008: Prof. M. Beltrametti; Madrid, 31/10/–5/11/2006: Prof. R. Mallavibarrena e Prof. R. Muñoz; Notre Dame, Indiana, 7–16/12/2007, Prof. A. J. Sommese) e per tenere un corso nell'ambito del Programma Socrates–Erasmus (Madrid, 27/5–3/6/2006). Inoltre, nell'ambito delle attività previste dai vari progetti di cui sopra o nell'ambito del Dottorato di ricerca, ha ricevuto visite di diversi colleghi italiani e stranieri; tra questi:

Prof. E. Arrondo (Univ. Complut. Madrid), 13–16/2/2006 (Dottorato), 3–9/6/2006 (scambio di docenti nell'ambito del Programma Socrates–Erasmus), 19–26/4/2008;

Prof. J. F. Gallego (Univ. Complut. Madrid), 8–26/6/2006, per corso di Dottorato nell'ambito delle attività di internazionalizzazione cofinanziate dalla Facoltà di Scienze M.F.N.;

Prof. A. J. Sommese (Univ. of Notre Dame, Indiana), 16–23/6/2007;

Prof. M. Beltrametti (Univ. di Genova), 29–30/6/2006, 27–30/12/2006, 30/1–2/2/2007, 17–22/6/2007;

Prof. G. M. Besana (De Paul Univ., Chicago, Illinois), 12–24/6/2006, 18–23/12/2006, 2–6/7/2007, 25/7/2008;

Prof. T. de Fernex (Univ. of Utah, Salt Lake City), 26–30/6/2006, 27–30/12/2006;

Prof. S. Di Rocco (Royal Institute of Technology, Stockhom), 18–23/12/2006, 2–6/7/2007, 7–10/7/2008;

Prof. H. Maeda (Waseda Univ., Tokyo), 13–17/3/2006, 31/8–21/9/2006, 3–22/3/2007;

Prof. R. Mallavibarrena (Univ. Complut. Madrid), 6–11/2/2006, 30/6–7/7/2006, 22–27/11/2006, 13–20/7/2007, 30/3–5/4/2008;

Prof. R. Muñoz (Univ. Rey Juan Carlos, Madrid), 17–23/9/2007;

Dott. J. C. Sierra (Univ. Complut. Madrid), 3/3–29/5/2008;

Infine, nel triennio in esame, è stato autore di varie recensioni (5 per "Mathematical Reviews" e 6 per "Zentralblatt für Mathematik") e *referee* di 6 lavori per conto delle riviste Mathematische Nachrichten, Archiv der Mathematik, Journal of Pure and Applied Algebra, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Rendiconti del Seminario Matematico di Padova e per il volume "Vector bundles and low codimensional subvarieties: state of the art and recent developments".

Coordinatore del Dottorato di Ricerca in Matematica dal 2002, prorogato nel 2005 per il coordinamento dei cicli fino al XX, nel periodo in esame il sottoscritto ha portato a conclusione i cicli XVII e XVIII (ancora quadriennali) e XIX, XX (triennali). In questa funzione ha costruito le basi per un buon rapporto con la Universidad Complutense di Madrid, ora formalizzato nel quadro di un accordo di cooperazione, ed ha promosso un accordo di cotutela tra l'Università di Milano e l'Università di Parigi VI finalizzata alla tesi del Dott. M. Porta, nell'ambito della Convenzione Quadro franco-italiana sul riconoscimento dei diplomi e la convalida dei titoli universitari. È membro del Collegio dei Docenti per i cicli XXI–XXIV.

Nell'ambito del Dottorato, ha tenuto corsi avanzati su "Superfici algebriche" (a.a. 2005-2006 e 2006-2007). Inoltre ha diretto la tesi "Smooth complex projective manifolds with reducible hyperplane sections of special type" del Dott. Andrea L. Tironi (XVII ciclo), che ha conseguito il titolo nel 2006.

Nel 2006, nell'ambito di uno scambio previsto dal programma Erasmus–Socrates, ha tenuto il corso *The key lemma in the theory of surfaces* presso l'Università Complutense di Madrid per il programma di Dottorato comune ai Dipartimenti di Algebra e di Geometria e Topologia.

Per quanto attiene all'attività didattica svolta nell'ambito dei Corsi di Laurea, in tutto il periodo in esame il sottoscritto ha tenuto come compito di titolarità il corso di "Geometria II" presso i Corsi di Laurea triennali in Matematica e in Matematica per le Applicazioni, e il corso di "Superfici algebriche", presso il Corso di Laurea specialistica/magistrale in Matematica.

Oltre a partecipare agli esami dei corsi suddetti, in diverse occasioni è stato membro della commissione per l'esame di laurea in Matematica.

Nel triennio in esame è stato altresì relatore di tre tesi di laurea specialistica in Matematica su argomenti di ricerca o di attualità nel campo della geometria algebrica.

Di alcuni giovani studiosi ha continuato a seguire il lavoro scientifico post laurea, durante e dopo gli studi di Dottorato in Italia o all'estero. In particolare, ricerche che si sono avvalse di questa attività si sono poi concretizzate nei lavori seguenti:

D. Fusi, *Construction of linear pencils of cubic curves with Mordell–Weil rank at least six*, Comment. Math. Univ. Sancti Pauli **55** (2006), 195–205.

J. C. Sierra, A. L. Tironi, *Varieties with a reducible hyperplane section whose two components are hypersurfaces*, Proc. Amer. Math. Soc. **135** (2007), 1263–1269.

J. C. Sierra, A. L. Tironi, *Some remarks on surfaces in* $\mathbb{P}^4$ *containing a family of plane curves*, J. Pure Appl. Algebra **209** (2007), 361–369.

A. L. Tironi, *Manifolds with Picard number one as components of ample divisors*, Preprint (2007).

Per quanto attiene alle attività organizzative, il sottoscritto è, o è stato:

- direttore del Dipartimento di Matematica, dal 15/6/2005, rieletto per il triennio accademico 2008–2011;

- membro della Giunta di Facoltà quale rappresentante dell'Area MAT, dal 6/10/ 2005, rieletto per il triennio accademico 2008–2011;

- presidente della Commissione Tesi del C.C.D. in Matematica (dal 1998 al 2008), membro della Commissione per i trasferimenti dalla laurea quadriennale alla laurea triennale in Matematica sino alla sua cessazione, e membro della Commissione piani di studio della laurea triennale e della laurea magistrale in Matematica.

Infine, nel corso del triennio in esame egli è stato:

- presidente di una commissione di concorso per l'attribuzione di un assegno di ricerca biennale della Università di Milano per l'area delle Scienze Matematiche (5/2007);

- presidente di due commissioni di concorso per l'attribuzione di un posto di Cat. C, Area Amministrativa, a tempo indeterminato della Università di Milano (10/2007 e 4/2008);

- membro di una commissione di concorso per l'attribuzione di due posti di Cat. D, Area Tecnica, Tecnico-Scientifica, a tempo indeterminato della Università di Milano (5/2006);

In fede,

Milano, 5 gennaio 2009