RELAZIONE SULL'ATTIVITÀ SCIENTIFICA E DIDATTICA SVOLTA NEL TRIENNIO 2012–2014

dal Prof. Antonio Lanteri

Il sottoscritto Antonio Lanteri è professore ordinario del s.s.d. MAT/03 – Geometria presso la Facoltà di Scienze e Tecnologie (già Facoltà di Scienze M.F.N.) della Università degli Studi di Milano (straord. dal 9/3/1987) e afferisce al Dipartimento di Matematica "F. Enriques". Dal 1993 è stato responsabile di vari progetti di ricerca facenti capo al s.s.d. MAT/03 – Geometria. È socio dell'Unione Matematica Italiana dal 1975, membro della American Mathematical Society dal 1980, afferisce al Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche e Geometriche e le loro Applicazioni dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica (già del Consiglio Nazionale delle Ricerche) dal 1975, è membro del Seminario Matematico e Fisico di Milano dal 1987 e Membro Effettivo dell'Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere dal 2010 (Socio Corrispondente dal 1998). Dal 1996 al 2004 è stato membro del Consiglio Scientifico della "Revista Matemática Complutense".

Gli interessi di ricerca coltivati nel triennio 2012–2014 rientrano nell'ambito della geometria algebrica classica e riguardano la geometria e la classificazione delle varietà proiettive complesse di dimensione ≥ 2, con particolare riferimento ai sistemi lineari, alle varietà speciali e alla teoria dei fibrati vettoriali ampi.

L'attività scientifica svolta nel triennio in esame si è concretizzata nei lavori elencati qui di seguito. Nell'elenco 0 sono riportate pubblicazioni posteriori al 2011, ma relative a ricerche condotte precedentemente. Nell'elenco 1 sono indicati invece quei lavori relativi a ricerche sviluppate nel corso del triennio in esame, ancorchè non tutti pubblicati alla data odierna. Altri scritti, che pur non presentando risultati nuovi ed originali, rientrano comunque nel quadro della attività scientifica svolta, sono indicati nell'elenco 2.

Elenco 0.

[1] M. C. Beltrametti, A. Knutsen, A. Lanteri, C. Novelli, *Geometry of rays-positive manifolds*, Collect. Math. **63** (2012), 375-391.

[2] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, R. Piene, *Inflectional loci of scrolls over smooth, projective varieties*, Indiana Univ. Math. J. **61** (2012), 717–750.

[3] G.M. Besana, S. Di Rocco, A. Lanteri, *The variety of bad zero-schemes*, J. Pure Appl. Algebra **216** (2012), 1273–1281.

Elenco 1.

[1] E. Arrondo, A. Lanteri, C. Novelli, *A notion of Δ-multigenus for certain rank two ample vector bundles*, Kodai Math. J. **36** (2013), 137–153.

[2] M.C. Beltrametti, A. Lanteri, A.J. Sommese, *Adjunction and singular loci of hyperplane sections*, Preprint, 2013, J. Math. Soc. Japan (to appear).

[3] A. Lanteri, R. Mallavibarrena, R. Piene, *Inflectional loci of quadric fibrations*, Preprint, 2013, sottomesso per la pubblicazione.

[4] A. Lanteri, *Characterizing scrolls via the Hilbert curve*, Int. J. Math. **25** (2014), 1450101 (17 pages).

[5] M.C. Beltrametti, A. Lanteri, A.J. Sommese, *Adjunction and singular loci of hyperplane sections, II*, Rend. Circ. Mat. Palermo **63** (2014), 247–255.

Elenco 2.

[1] A. Lanteri, *Carlo Felice Manara, la congettura di Chisini e la geometria dei sistemi lineari*, Acc. Naz. Sc. Lett. Arti Modena, Atti e Memorie (VIII) **15** (2012), 31–54.

[2] A. Lanteri, *Carlo Felice Manara, Geometra e Maestro*, Istituto Lombardo Acc. Sc. Lett., Preprint, 2012.

[3] A. Lanteri, M. Marchi, *Commemorazione di Carlo Felice Manara*, La Matematica nella Società e nella Cultura - Rivista della Unione Matematica Italiana, Serie I, **5** (2012), 31–56.

In relazione al tema dominante i lavori dell'elenco 1 possono raggrupparsi in modo schematico come segue.

a) Sistemi lineari: aggiunzione e classificazione di varietà con proprietà particolari, (lavori [2], [5], [4]).
b) Fibrati vettoriali ampi e varietà speciali: individuazione di nuovi invarianti e classificazione (lavoro [1]).
c) Geometria proiettiva differenziale: osculazione e varietà duali di ordine superiore per varietà speciali (lavoro [3]).

Segue un breve cenno di descrizione dei lavori, gruppo per gruppo. Per varietà si intende sempre una varietà proiettiva complessa n-dimensionale, non singolare a meno che non sia fatto esplicito riferimento a singolarità.

a) Sia X una varietà proiettiva complessa con fibrato canonico K_X non numericamente effettivo, di dimensione $n \geq 2$, e sia L un fibrato lineare su X. Nella teoria dell'aggiunzione si assume che L abbia qualche proprietà di positività (molto ampiezza nel caso classico, ampiezza, o più generalmente che L sia semplicemente *nef* e *big* in tempi più recenti) e si indagano le eccezioni al buon comportamento dei fibrati aggiunti della forma $K_X + tL$ con t intero positivo, prossimo a n. Questo porta a una naturale classificazione delle coppie (X, L) (varietà polarizzate).

In [2] si considera la seguente situazione. Data una varietà polarizzata (X, L) di dimensione n, sia $A \in |L|$ un divisore effettivo irriducibile, e sia $\Sigma = \mathrm{Sing}(A)$ il suo luogo delle singolarità. Supposto che Σ sia una sottovarietà liscia di dimensione $k \geq 2$, costituita esclusivamente da singolarità quadratiche non degeneri, si studia la positività dei fibrati aggiunti $K_X + tL$ per $t \geq n - 3$. Una motivazione per la considerazione di questo contesto deriva dallo studio delle varietà proiettive $X \subset \mathbb{P}^r$ con varietà duale degenere: posto $L = (\mathcal{O}_{\mathbb{P}^r}(1))_X$, il difetto duale e il luogo di contatto di una generica sezione iperpiana, forniscono degli esempi concreti per i ruoli di k e di Σ rispettivamente. In questo caso specifico, risulta necessariamente $(\Sigma, L_\Sigma) = (\mathbb{P}^k, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^k}(1))$, in base ad un classico risultato di Bertini. Posto $c := \operatorname{codim}_X(\Sigma)$, assumiamo inoltre che sia $c \geq 3$ (ne viene, in particolare, che $n \geq 5$). Una valida motivazione per questa ulteriore ipotesi discende da vari risultati dovuti a Beltrametti, Chandler, Howard, Sommese ed altri. Sotto opportune condizioni riguardanti certi invarianti proiettivi, questi autori hanno studiato la geometria di (X, L) nel caso in cui il divisore A è riducibile, precisamente, A è unione di varie ipersuperfici che si tagliano trasversalmente. Nel contesto di cui sopra, tralasciando l'ipotesi di irriducibilità, questa situazione corrisponde a $c = 2$, mentre $c = 1$ corrisponde al caso in cui A è addirittura non ridotto. Nell'indagare le condizioni di positività di $K_X + tL$ si segue l'approccio tipico della teoria dell'aggiunzione. Per comprendere il legame tra il luogo singolare dell'ipersuperficie ampia A e l'aggiunzione può essere utile un esempio. Sia $X \subset \mathbb{P}^r$ una varietà di dimensione 5, sia $L = (\mathcal{O}_{\mathbb{P}^r}(1))_X$ e supponiamo che $|L|$ contenga una ipersuperficie irriducibile A il cui luogo singolare $\Sigma = \operatorname{Sing}(A)$ consiste di singolarità quadratiche nondegeneri ed è isomorfo al piano proiettivo $\mathbb{P}^2$. Sia N il fibrato normale di Σ in X. Adattando un risultato di Ein, si costruisce un isomorfismo $N \cong N^* \otimes L_\Sigma$, il che porta alla relazione $2 \det N = 3L_\Sigma$. Dunque, L_Σ risulta divisibile per 2 nel gruppo di Picard. Supponiamo che sia $L_\Sigma = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(2)$. Allora $K_\Sigma = -\frac{3}{2}L_\Sigma$ e ne segue, per aggiunzione, che $K_X + 3L$ si restringe banalmente a Σ, dunque $K_X + 3L$ non può essere ampio. Inoltre, $K_X + (3 - \epsilon)L$ non è *nef* per ogni $\epsilon > 0$. In altre parole la nostra varietà polarizzata (X, L) rientra tra quelle il cui *nefvalue* τ è $\geq 3 = \dim(X) - 2$. Dalla teoria segue allora una lista di possibilità e un'analisi caso per caso mostra che in effetti $\tau = \dim(X) - 2$, il che rende la lista assai breve. Ad esempio, la varietà di Mukai $(\mathbb{P}^5, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^5}(2))$ fornisce un esempio concreto: in questo caso, A è un'ipersuperficie quadrica di rango 3. Nel lavoro si discute la generalizzazione del risultato di Ein su cui tutta l'indagine è basata. La proprietà cruciale $N \cong N^* \otimes L_\Sigma$, menzionata nell'esempio, ha infatti notevoli conseguenze. In particolare segue che se Σ contiene una retta rispetto a L_Σ, allora c deve essere pari (una generalizzazione del teorema di parità di Landman). Si discutono quindi alcune conseguenze di questo risultato. Se Σ contiene una retta ℓ rispetto ad L tale che $N_{\ell/\Sigma}$ sia ampio, allora $(\Sigma, L_\Sigma) = (\mathbb{P}^k, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^k}(1))$ e (X, L) risulta essere coperta da rette. Inoltre, si forniscono svariati esempi che chiariscono molto bene il contesto in cui si opera. Si passa quindi a studiare il caso generale, mostrando, tra l'altro, che Σ è mappata isomorficamente sulla sua immagine dal morfismo di riduzione $\varphi : X \to X'$ di (X, L). Assumendo poi che c sia dispari, si ottiene che Σ non può contenere 1-cicli di grado dispari rsipetto ad L. Si mostra allora l'esistenza della seconda riduzione $(\widehat{X}, \mathcal{D})$, con mappa $\psi : X' \to \widehat{X}$, di (X, L). Si ha che Σ non interseca divisori eccezionali di ψ sollevati ad X tramite la mappa di prima riduzione $\varphi : X \to X'$. Si mostra infine che il terzo fibrato aggiunto $K_{\widehat{X}} + (n-3)\mathcal{D}$ è nef salvo che nel caso in cui $(\widehat{X}, \mathcal{D}) = (\mathbb{P}^6, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^6}(2))$.

Il lavoro [5] costituisce un seguito di [2]. La situazione che si considera qui è la stessa di [2], tranne per il fatto che non si richiede che $\Sigma = \operatorname{Sing}(A)$ consista esclusivamente di singolarità quadratiche non degeneri. Grazie ad un risultato di Aluffi sugli schemi singolari delle ipersuperfici, infatti, l'isomorfismo $N \cong N^* \otimes L_\Sigma$, che generalizza il teorema di Ein e su cui si basa [2] può essere ripristinato ugualmente in questa situazione più generale. Ne viene come conseguenza che se Σ contiene una curva di grado dispari rispetto ad L_Σ, allora, necessariamente, $\dim(X)$ e $\dim(\Sigma)$ hanno la stessa parità. L'intento principale di [5] è quello di rivisitare, in questo contesto più generale, una condizione fondamentale usata in [2] per stabilire l'esistenza della seconda riduzione di (X, L): il fatto che $K_\Sigma+(k-2)L_\Sigma$ sia nef. Precisamente, al fine di rendere più concreta questa ipotesi, si classificano nel contesto sopra descritto tutte le eccezioni alla ampiezza di $K_\Sigma + (k-1)L_\Sigma$, e, in caso di ampiezza, tutte le eccezioni alla *nefness* e alla *bigness* di $K_\Sigma + (k-2)L_\Sigma$. Una serie di esempi mostra la effettività dei risultati stabiliti.

Sia (X, L) una varietà polarizzata di dimensione n tale che le classi di equivalenza numerica del fibrato canonico K_X e di L siano linearmente indipendenti. Ad una coppia (X, L) siffatta si può associare una curva algebrica piana affine Γ di grado n, detta curva di Hilbert di (X, L), definita dal complessificato del polinomio fornito dal teorema di Riemann–Roch per la caratteristica di Eulero–Poincaré $\chi(xK_X + yL)$, guardando x ed y come variabili complesse. Dato che i coefficienti sono numeri razionali, Γ può essere considerata anche nel piano affine reale. Come mostrato in un precedente lavoro con Beltrametti e Sommese, la curva Γ riflette delle proprietà interessanti della coppia (X, L). In particolare, se il *nef value* di (X, L) è $\tau := a/b$ (con a, b interi positivi relativamente primi), allora Γ è riducibile e contiene come componenti $a-1$ rette parallele. In [4] si prende in esame il caso in cui X è un fibrato in $\mathbb{P}^{n-1}$ su una curva liscia C e L induce $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^{n-1}}(r)$ su ogni fibra, dove r è un intero positivo. In questa situazione, inanzitutto si determina l'equazione esplicita di Γ. Risulta che Γ ha la forma di un "pettine" nel piano (x, y): i denti sono $n-1$ rette parallele con pendenza n/r, regolarmente distanziate, mentre la componente residua è una retta ℓ_0, trasversale ad esse, con pendenza $2nr^{n-1}(1-q)/d$, dove q e d denotano il genere di C e il grado di (X, L), rispettivamente. Va notato tuttavia che, anche quando n ed r siano fissati, una curva di Hilbert come la Γ può determinare $q-1$ e d soltanto a meno di un fattore moltiplicativo. A dispetto di ciò è ragionevole chiedersi se l'avere una curva di Hilbert la cui geografia è così speciale possa comportare che (X, L) debba essere come sopra descritto. Tale congettura, indicata nel lavoro con $\mathbf{C}(n, r)$, viene dimostrata nei seguenti casi: i) $n = 2$ con r arbitrario (superfici geometricamente rigate), ii) $r = 1$ ed n arbitrario (scrolls), e iii) $(n, r) = (3, 2)$ (fibrati di Veronese), sotto due ipotesi addizionali. Nel caso $r = 1$ si dimostra anche di più. In effetti si prova che (X, L) è uno scroll su una curva liscia se e soltanto se la chiusura proiettiva di Γ contiene il punto all'infinito corrspondente alla pendenza n.

b) L'interesse per questo tipo di ricerche risale ad un programma sui fibrati vettoriali ampi, intrapreso e sviluppato con Maeda a partire dagli anni '90. Oggetto di studio sono varietà X di dimensione $n \geq 3$, dotate di un fibrato vettoriale ampio $\mathcal{E}$ di rango r, $2 \leq r \leq n-1$, con una sezione che si annulla su una sottovarietà liscia, della dimensione attesa $n-r$, che sia speciale, in un senso da precisare volta per volta. Lo scopo è quello di classificare le coppie $(X, \mathcal{E})$ coinvolte, o, in subordine, fornire dei teoremi di struttura significativi. Risultati in questa direzione hanno portato a generalizzare diversi teoremi sulle varietà speciali contenute in un'altra varietà come divisori ampi (Mori, Sommese, Fujita, Bădescu), permettendo così di rivisitare con successo diverse tematiche classiche di geometria delle varietà proiettive, nel contesto più generale dei fibrati vettoriali ampi. Alcuni di questi risultati hanno anche consentito di affrontare un nuovo problema, suggerito da una osservazione di Fujita: la nozione di Δ-genere, da lui introdotta per lo studio delle varietà polarizzate, non ha trovato ancora un corrispettivo soddisfacente per fibrati vettoriali ampi $\mathcal{E}$ su una varietà X. In un precedente lavoro con Novelli, adottando per $(X, \mathcal{E})$ una definizione di Δ-genere strettamente legata al Δ-genere dello scroll $(\mathbb{P}_X(\mathcal{E}), \xi_{\mathcal{E}})$ associato ad $(X, \mathcal{E})$ si sono ottenuti risultati di classificazione per coppie $(X, \mathcal{E})$ con Δ-genere piccolo. In [1], invece, si introduce una nuova nozione di Δ-multigenere per fibrati vettoriali ampi $\mathcal{E}$ di rango 2 su una varietà tridimensionale X. Per una coppia $(X, \mathcal{E})$ siffatta, il Δ-multigenere viene definito come una coppia di interi (δ_1, δ_2), dove $\delta_1 = \Delta(\mathbb{P}_X(\mathcal{E}), \xi_{\mathcal{E}})$, mentre δ_2 tiene conto degli endomorfismi di $\mathcal{E}$. Il significato di δ_2 diventa geometricamente evidente quando $\mathcal{E}$ ammette una sezione che si annulla lungo una curva liscia Z: in tal caso infatti si dimostra che $\delta_2 = \Delta(\mathbb{P}_Z(\mathcal{E}|_Z), \xi_{\mathcal{E}|_Z})$. Nel lavoro si studiano le coppie $(X, \mathcal{E})$ per le quali δ_1 e δ_2 hanno valori piccoli. Naturalmente, più forti sono le proprietà del fibrato $\mathcal{E}$, più elevati risultano i valori di δ_1 e δ_2 che è possibile raggiungere nella classificazione.

c) Nello studio delle varietà duali di ordine superiore, rivestono particolare interesse con riferimento all'osculazione quelle varietà che presentano un comportamento patologico. Tra queste, le più indagate in letteratura sono gli scroll. Il fatto che essi contengano molte rette comporta che la dimensione di ogni spazio k-osculatore risulti inferiore a quanto ci si attende per una varietà proiettiva generica. In particolare, per scroll n-dimensionali su una curva questa dimensione è $\leq kn$, e, assumendo che valga il segno uguale al punto generico, risulta possibile descrivere il k-esimo luogo inflessionale e la sua classe di coomologia. Recentemente, un analogo studio è stato sviluppato anche per scroll su una varietà proiettiva di dimensione ≥ 2 (lavoro [2] dell'elenco 0). Una domanda naturale che scaturisce da questi studi (e che più volte è stata posta agli autori all'atto di presentare i loro risultati) è cosa accada per altre varietà speciali, in particolare per le fibrazioni in quadriche su di una curva. Scopo del lavoro [3] è appunto quello di affrontare questa indagine. Focalizzando l'attenzione sul caso $k = 2$, si analizzano le relazioni tra il comportamento osculatorio di queste varietà ed altri aspetti della loro geometria. In effetti, il caso delle fibrazioni in quadriche $X \subset \mathbb{P}^N$ presenta aspetti particolarmente interessanti: innanzitutto, la embedding di X in $\mathbb{P}^N$ si estende ad un morfismo $\varphi : P \to \mathbb{P}^N$ dal fibrato proiettivo P in cui X è contenuta in modo naturale come divisore allo stesso spazio proiettivo di immersione di X; la φ applica ogni fibra di P isomorficamente nel sottospazio proiettivo $\mathbb{P}^n \subset \mathbb{P}^N$ inviluppo lineare della corrispondente fibra di X. Tuttavia la φ non è sempre una embedding: equivalentemente, la sua immagine $R = \varphi(P)$ non è sempre uno scroll (sulla stessa curva base C di X). Questo contrasta l'ingenua aspettativa che il luogo inflessionale di X sia determinato da quello di R. Da un lato, quando φ è una embedding, guardando alla coppia (P, X) si può confrontare il comportamento osculatorio di X con quello di R lungo X. In particolare, denotando con Φ_2 il secondo luogo inflessionale, si ha che $\Phi_2(R) \cap X \subseteq \Phi_2(X)$ e vi sono esempi che mostrano come, in generale, questa inclusione sia stretta. D'altro lato, $\Phi_2(X)$ contiene sempre il sottoinsieme finito S costituito dai punti singolari delle fibre singolari di X per $n \geq 3$ e l'unione delle fibre singolari per $n = 2$. Tali fatti non risultano assolutamente evidenti guardando semplicemente alla coppia (P, X). Ad esempio, il ruolo di S emerge da un approccio geometrico più diretto, guardando alla varietà $X \subset \mathbb{P}^N$ per suo conto e al sottosistema lineare delle sezioni iperpiane di X che ad un dato punto $x \in X$ presentano un punto triplo. Tra i risultati va menzionato il confine superiore ottenuto per la massima dimensione σ_k di un k-esimo spazio osculatore ad una fibrazione in quadriche X, n dimensionale: si ha $\sigma_k \leq k(n+1) - 1$. Questa disuguaglianza risulta significativa tranne che per $k = n = 2$, mostrando così che le superfici fibrate in coniche non rivestono alcun ruolo speciale tra le superfici dal punto di vista dell'osculazione per $k = 2$. Tuttavia la loro trattazione è inclusa in [3], non solo per completezza, ma anche per la galleria di esempi che offrono ad illustrazione delle varie situazioni che emergono in questo studio. In alcune circostanze (massima dimensione del generico spazio osculatore e codimensione appropriata del luogo inflessionale) è anche possibile determinare la classe di coomologia di $\Phi_2(X)$ attraverso la formula di Porteous. In particolare, per un fibrato in coniche in $\mathbb{P}^6$ avente un insieme finito di flessi si ottiene una formula esplicita per il loro numero. Particolare attenzione è dedicata alle fibrazioni in quadriche, razionali, cioè con $C = \mathbb{P}^1$. In tal caso infatti, il fibrato vettoriale $\mathcal{V}$ che dà luogo a P risulta decomponibile ed è possibile determinare tutti gli interi che determinano P ed X come divisore in P. Ad esempio, se $\mathcal{V}$ è 2-molto ampio, risulta che $\Phi_2(X)$ è esattamente S se $n \geq 3$ e l'unione di tutte le fibre singolari se $n = 2$. Altri punti rilevanti sono lo studio delle fibrazioni in quadriche $X \subset \mathbb{P}^{2n+1}$, l'analisi delle immersioni proiettive di $\mathbb{Q}^{n-1} \times \mathbb{P}^1$ e la determinazione dei corrispondenti luoghi inflessionali.

Ulteriori ricerche negli ambiti a), b) e c) sono tuttora in corso e si ritiene che potranno portare a qualche risultato significativo.

Nel corso del triennio in esame il sottoscritto ha mantenuto i contatti scientifici con varie istituzioni estere già stabiliti in anni precedenti; in particolare, ha sviluppato o contribuito a sviluppare rapporti di collaborazione scientifica con:

- la *University of Notre Dame*, Indiana (U.S.A.), Prof. Andrew J. Sommese;

- la *De Paul University* di Chicago (U.S.A.), Prof. Gian Mario Besana;

- la *University of Utah*, Salt Lake City (U.S.A.), Prof. Tommaso de Fernex;

- la *Universidad Complutense* di Madrid (Spagna), Prof. Enrique Arrondo, Prof. Raquel Mallavibarrena,

- la *Universidad Rey Juan Carlos*, Mostoles-Madrid(Spagna), Prof. Roberto Muñoz;

- il *Royal Institute of Technology* di Stoccolma (Svezia), Prof. Sandra Di Rocco;

- la *University of Oslo* (Norvegia), Prof. Ragni Piene;

- la *University of Bergen* (Norvegia), Prof. Andreas L. Knutsen;

- la *Universidad de Concepcion* (Chile), Prof. Andrea L. Tironi.

Per quanto riguarda le attività di ricerca inquadrate nell'ambito di progetti locali, nazionali, o internazionali, ed il loro coordinamento, il sottoscritto è stato:

- membro di EAGER (network europeo di ricerca: European Algebraic Geometry Education and Research);

- membro dell'unità operativa di Milano afferente al PRIN 2008 cofinanziato dal MIUR "Geometria algebrica e aritmetica, teorie coomologiche e teoria dei motivi" coordinato dal Prof. C. Pedrini;

- membro dell'unità operativa di Milano afferente al PRIN 2010-2011 cofinanziato dal MIUR "Geometria delle varietá algebriche" coordinato dal Prof. S. Verra;

- membro del GNSAGA (Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche e Geometriche e le loro Applicazioni) dell'INdAM;

- responsabile dei gruppi locali di ricerca: "Questioni di Geometria algebrica e aritmetica, di Topologia e di Algebra" (PUR 2008); "Questioni di Geometria algebrica e temi correlati" (PUR 2009).

Nel periodo in esame, il sottoscritto ha partecipato ai seguenti eventi scientifici:

1. "L'insegnamento della Matematica: aspetti geometrici e non solo", Ciclo di conferenze in ricordo del prof. Carlo Felice Manara, Accad. Naz. Sci. Lett. Arti, Modena, 22/2–28/3/2012.

2. "Geometria sulle varietà algebriche", Torino, 21–23/3/2012.

3. "Giornata per Andrea", Convegno dedicato ad Andrea Del Centina e alla sua matematica in occasione del suo 65^0 compleanno, Ferrara, 19/3/2013.

4. "Some topics in Commutative Algebra and Algebraic Geometry" (Genova-Torino-Milano Seminar) e "Incontro di Geometria", in occasione del 90^0 compleanno del prof. Dionisio Gallarati, Genova, 21–22/3/2013.

5. "Workshop di Geometria Algebrica", Univ. di Milano, 10/7/2013.

6. "Some Topics in Commutative Algebra and Algebraic Geometry" (Genova-Torino-Milano Seminar) Politecnico di Milano, 28-29/1/2014.

7. "Geometria in Bicocca", Workshop, Univ. Milano Bicocca, 13–14/2/2014.

8. "Asymptotic aspects of complex and algebraic geometry", Summer School, Univ. Milano Bicocca, 23–27/6/2014.

9. "Fibrations on algebraic varieties and related topics", workshop, Univ. di Milano, 8-9/9/2014.

Ha partecipato inoltre a vari seminari e corsi avanzati attinenti alla geometria algebrica tenuti presso il Dipartimento di Matematica.

In relazione agli eventi suddetti, nell'ambito di 1 ha tenuto la seguente conferenza su invito:

- *Carlo Felice Manara, la congettura di Chisini e la geometria dei sistemi lineari,* 29/2/2012 (pubblicazione 1 dell'elenco 2).

Ha tenuto inoltre la commemorazione di Carlo Felice Manara "Carlo Felice Manara, Geometra e Maestro" presso l'Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere, il 28/6/2012 (pubblicazione 2 dell'elenco 2).

Ha effettuato alcune missioni di breve periodo in Italia e all'estero per svolgere attività di ricerca in collaborazione (Genova, 18/5/2012, 6–8/6/2012, 18–20/7/2012, 14–15/12/2012, 11–12/1/2013, 11-12/7/2013, 20-21/9/2013, 19-20/9/2014: Prof. M. Beltrametti; Genova, 6–8/6/2012, Prof. M. Beltrametti e Prof. A. J. Sommese; Madrid, 29/11–6/12/2012, 2–9/2/2014: Prof. R. Mallavibarrena). Nell'ambito delle attività previste dai vari progetti di cui sopra, ha ricevuto visite di colleghi italiani e stranieri; tra questi:

Prof. M. Beltrametti (Univ. di Genova), 27-29/12/2012;

Prof. R. Mallavibarrena (Univ. Complut. Madrid), 13–19/9/2012, 21–27/7/2013, 15–22/7/2014;

Prof. A. L. Tironi (Univ. de Concepcion, Chile), 24–30/7/2014.

Infine, nel triennio in esame, è stato autore di varie recensioni: (10 per "Mathematical Reviews", 17 per "Zentralblatt für Mathematik") e *referee* di quattro lavori per le riviste "Le Matematiche", "Hokkaido Math. J.", "Canadian Mathematical Bulletin", "Communications in Algebra".

È stato membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Matematica, facendo anche parte del Comitato Direttivo della Scuola di Dottorato in Scienze Matematiche sino al 2011, ed è attualmente membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Scienze Matematiche, istituito nel 2013.

Nell'ambito del Dottorato ha promosso un accordo di cotutela con l'Univ. Complutense di Madrid finalizzata alla tesi di dottorato del dott. S. Marchesi (ciclo XXIV), dal titolo "Jumping spaces in Steiner bundles", codiretta con il Prof. E. Arrondo. L'esame finale si è tenuto il 20/2/2012. Inoltre, ha fatto parte della Commissione piani di studio del Collegio Docenti del Dottorato in Matematica per il 28^0 Ciclo (ott.–nov./2012).

Inoltre, nel periodo in esame è stato:

- membro della commissione d'esame finale per la tesi di dottorato in Matematica (settore geometria algebrica) del dott. Fulvio Di Sciullo (XXIV ciclo), presso l'Univ. di Roma "La Sapienza", 4/9/2012;

Per quanto attiene all'attività didattica svolta nell'ambito dei Corsi di Laurea, il sottoscritto ha tenuto il corso di "Geometria 2" (9 cfu) presso il C. L. triennale in Matematica, nonché il corso di "Superfici algebriche" (6 cfu), presso il C. L. magistrale in Matematica, negli a. a. 2011-12, 2012-13 e 2013-14. A tale corso hanno partecipato diversi studenti del Programma ALGANT, nonchè studenti dei Dottorati delle Università di Milano, di Genova e di Pavia. Negli a.a. 2012-13 e

2013-14 ha tenuto inoltre una parte (3 cfu) del corso di Matematica del Discreto, presso il C.L. triennale in Comunicazione Digitale (Collegio Didattico di Informatica).

Oltre a partecipare agli esami dei corsi suddetti, in diverse occasioni è stato membro o presidente di commissione per gli esami di laurea triennale e magistrale in Matematica e per gli esami di laurea triennale in Comunicazione Digitale.

Nel triennio in esame è stato altresì relatore di tre tesi di laurea magistrale in Matematica su argomenti di ricerca o di attualità nel campo della geometria algebrica: sigg.ri M.F. Cecchini, 2012 (attualmente studente di dottorato presso il Dipartimento di Informatica, Sistemistica e Comunicazione, Univ. di Milano Bicocca); R. Laface, (in collaborazione con il prof. A.L. Knutsen, Univ. di Bergen), 2013 (attualmente studente di dottorato presso lo Inst. of Algebraic Geometry, Leibnitz Univ. Hannover); D. Gallucci, 2013-14.

Di alcuni giovani studiosi ha continuato a seguire il lavoro scientifico post laurea, durante e dopo gli studi di Dottorato in Italia o all'estero. In particolare, ricerche che si sono avvalse di questa attività si sono poi concretizzate nei lavori seguenti:

R. Laface, *On Zariski decompositions with and without support*, arXiv:1306:4697v2[math.AG], 2013.

A. L. Tironi, *Nefness of adjoint bundles for ample vector bundles of corank* 3, Math. Nachr. **286** (2013), 1548–1570.

Per quanto attiene alle attività organizzative, il sottoscritto è, o è stato:

- referente per la costituzione del nuovo Dipartimento di Matematica ai sensi della Legge 240, dal 10/6/2011 al 16/5/2012;

- membro di una commissione di Dipartimento propedeutica alla stesura del regolamento del costituendo nuovo Dipartimento di Matematica ai sensi del nuovo Statuto di UniMi, dal 30/1/2012 al 16/5/2012;

- membro della Giunta della Facoltà di Scienze MFN in qualità di rappresentante dell'Area MAT, dal 6/10/2005, prorogato nel 2011, sino al 18/4/2012;

- membro della Commissione Scientifica del Dipartimento di Matematica dalla sua istituzione (2006);

- membro della Commissione Valutazione del Dipartimento di Matematica dalla sua istituzione (feb./2014);

- membro della Commissione di Garanzia dell'Ateneo in rappresentanza dell'area Matematica e Informatica per gli assegni di ricerca, per il biennio 2013-2014. In tale veste egli ha svolto le funzioni di:

- presidente della commissione per l'attribuzione di due assegni di ricerca post-doc per l'area 01 Matematica-Informatica nell'Univ. di Milano, mar./2013;

- presidente delle commissioni per l'attribuzione di otto assegni di ricerca post-doc facenti capo a tematiche relative ai Dipartimenti di Matematica (4) e di Informatica (4) nell'Univ. di Milano, apr.–giu./2014.

È inoltre:

- decano del Dipartimento di Matematica da apr./2014 (in tale veste ha attivato la procedura per l'elezione del Direttore per il triennio accademico 2014-17).

- presidente della Commissione per l'ammissione alla Laurea Magistrale in Matematica istituita dal Collegio Didattico di Matematica (dal 2013).

Infine, nel corso del triennio in esame egli è stato:

- membro della commissione di concorso per trasferimento per un posto di professore associato del s. s. d. MAT/03–Geometria presso l'Univ. Cattolica, Sede di Brescia (mag.–giu./2012);

In fede,

Milano, 28 Dicembre 2014