

Cognome e Nome docente

**Libor Vesely**

Nome dell'insegnamento

## **ANALISI CONVESSA**

### **Obiettivi (dettagli AF)**

Analisi Convessa studia insiemi convessi, funzioni convesse e relativi problemi estremali (minimizzazione, massimizzazione) in spazi finito- e infinito-dimensionali. Nel corso si intende rimanere prevalentemente nell'ambito degli spazi normati. Verranno trattati alcuni dei seguenti argomenti (la scelta dipenderà dalle conoscenze e gli interessi dei partecipanti).

### **Programma in italiano**

- Topologie deboli con eventuali cenni agli spazi vettoriali topologici localmente convessi. Teoremi di separazione.
- Insiemi convessi: proprietà algebriche e topologiche basilari. Involucro convesso. Compattezza in varie topologie.
- Insiemi convessi finito-dimensionali: teorema di Caratheodory, teorema di Helly, teorema di Klee-Berge.
- Funzioni convesse: disuguaglianze finite e integrale di Jensen in spazi normati, disuguaglianza di Hermite-Hadamard. Esempi di funzioni convesse.
- Proprietà topologiche di funzioni convesse su spazi normati: continuità, locale lipschitzianità, estendibilità di funzioni convesse lipschitziane, funzioni convesse semicontinue inferiormente.
- Punti estremi, il teorema di Minkowski-Caratheodory, il teorema di Krein-Milman, il principio di massimo di Bauer, applicazioni.
- Proprietà di differenziabilità di funzioni convesse. Subdifferenziale.
- Dualità: polari, annullatori, dualità di Fenchel di funzioni convesse.
- Minimizzazione di funzioni convesse. Applicazioni (punti più vicini, centri di Chebyshev).
- Punti di supporto: teorema di Bishop-Phelps, teorema di James.

### **Programma in inglese**

- Weak topologies with, if necessary, an outline on locally convex topological vector spaces. Separation theorems.
- Convex sets: basic algebraical and topological properties. Compactness in various topologies.
- Finite-dimensional convex sets: Caratheodory's theorem, Helly's theorem, Klee-Berge theorem.
- Convex functions: finite and integral Jensen inequalities, Hermite-Hadamard inequality. Examples of convex functions.
- Topological properties of convex functions on normed spaces: continuity, local Lipschitz property, extendibility of Lipschitz convex functions, lower semicontinuous convex functions.
- Extreme points, Minkowski-Caratheodory theorem, Krein-Milman theorem, Bauer's maximum principle, applications.
- Differentiability properties of convex functions. Subdifferential.
- Duality: polars, annihilators, Fenchel duality for convex functions.

(\*)Nota per i campi di colore blu

Eliminare le righe contenenti l'opzione scartata

Esempio: Se la Modalità di esame è scritto:

**Modalità di esame**

Scritto

- Minimization of convex functions. Applications (nearest points, Chebyshev centers).
- Support points: Bishop-Phelps theorem, James theorem.

**Propedeuticità consigliate**

Analisi Reale, Geometria 4 e, preferibilmente, anche Elementi di Analisi Funzionale.

**Materiale di riferimento**

Appunti personali dello studente

Dispense su alcune parti del corso sul sito web del docente

Referenze bibliografiche verranno date durante il corso

**Prerequisiti**

Elementi della teoria della misura e dell'integrale secondo Lebesgue. Spazi  $L^p$ .

Elementi di topologia generale.

(\*)

**Modalità di esame:**

Orale

**Modalità di frequenza:**

Fortemente consigliata

**Modalità di erogazione:**

Tradizionale

**Lingua in cui è tenuto l'insegnamento:**

Italiano

**Pagina web del corso:**

<http://users.mat.unimi.it/users/libor/>

**Altre informazioni**

L'esame si svolgerà su appuntamento.

(\*)Nota per i campi di colore blu

Eliminare le righe contenenti l'opzione scartata

Esempio: Se la Modalità di esame è scritto:

**Modalità di esame**

Scritto