Teorema di Rademacher e una sua generalizzazione
(L.V.)

Teorema 1 (Rademacher, 1919)**.** *Siano $A \subset \mathbb{R}^d$ un aperto, $f\colon A \to \mathbb{R}$ una funzione localmente lipschitziana in A. Allora f è quasi ovunque differenziabile in A.*

Corollario 2. *Sia f una funzione convessa definita su un aperto convesso in $\mathbb{R}^d$. Allora f è quasi ovunque differenziabile.*

Il teorema di Rademacher ammette una generalizzazione: il teorema di Stepanov secondo il quale *una funzione quasi ovunque puntualmente lipschitziana è quasi ovunque differenziabile.* Per formularlo precisamente, introduciamo la seguente notazione. Se f è una funzione definita in un intorno di un punto x, poniamo

$$\operatorname{lip}(f,x) = \limsup_{y\to x} \frac{|f(y)-f(x)|}{y-x}.$$

Teorema 3 (Stepanov, 1923, 1925)**.** *Siano $A \subset \mathbb{R}^d$ un aperto, $f\colon A \to \mathbb{R}$ una funzione e $S_f = \{x \in A : \operatorname{lip}(f,x) < +\infty\}$. Allora f è differenziabile quasi ovunque in S_f.*

Segue una piccola bibliografia. Nel lavoro [1] viene mostrato che il teorema di Stepanov segue facilmente dal teorema di Rademacher e, inoltre, vi sono citati alcuni libri che riportano dimostrazioni del teorema di Rademacher.

References

[1] J. Malý, *A simple proof of the Stepanov theorem on differentiability almost everywhere*, Exposition. Math. **17** (1999), 59–61.

[2] A. Nekvinda, L. Zajíček, *A simple proof of the Rademacher theorem*, Časopis Pěst. Mat. **113**(1988), 337–341.

[3] L. Zajíček, *An elementary proof of the one-dimensional Rademacher theorem*, Math. Bohem. **117**(1992), 133–136.