Cognome.............................. Nome........................ Matricola...................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)

20 febbraio 2013 proff. M.Salvatori, E. Valdinoci durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Determinare lo sviluppo di Taylor (in $x = 0$) arrestato all'ordine 18 della funzione

$$f(x) = x^4(1 + x^{27}) \log(1 + 2x^3).$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia D il dominio (insieme di definizione) della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + \log(e^a + \frac{2}{5})}$$

e sia $A := f(D)$ l'immagine di D tramite f. Determinare, al variare del parametro reale a, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A, specificando se si tratta di massimo o di minimo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=15}^{+\infty} (1 - x)^n \log\left(\frac{5 + \sqrt{n}}{1 + \sqrt{n}}\right).$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia $f(x) = 2x + 3^{(x^3+1)}$. Detta g la funzione inversa di f, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(3, 0)$.

Soluzione:

5] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica il numero complesso

$$z = (1 + i)^{13} - (1 - i)^{13}.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Sia

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < x < 1/\pi, \ 0 < y \leq |\sin(1/x)|\right\}.$$

Allora:

$E^\circ =$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-4x^2} - \cos(2x+7x^8)}{\log(\log(e+4x^4))}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome........................ Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)

20 febbraio 2013 proff. M.Salvatori, E. Valdinoci durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Determinare lo sviluppo di Taylor (in $x = 0$) arrestato all'ordine 18 della funzione

$$f(x) = x^4(1 + x^{31})\log(1 - 2x^3).$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia D il dominio (insieme di definizione) della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + \log(e^a + \frac{3}{7})}$$

e sia $A := f(D)$ l'immagine di D tramite f. Determinare, al variare del parametro reale a, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A, specificando se si tratta di massimo o di minimo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=13}^{+\infty} (3 - x)^n \log\left(\frac{n^{2/3} + 4}{n^{2/3} + 2}\right)$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia $f(x) = \pi x + 4^{(x^3+1)}$. Detta g la funzione inversa di f, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(4, 0)$.

Soluzione:

5] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica il numero complesso

$$z = (1 - i)^{13} + (1 + i)^{13}.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Sia
$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < x < 1/\pi, \ 0 < y \leq 1 + \cos(1/x)\right\}.$$

Allora:

$E^\circ =$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1-4x^3} - \cos(2x\sqrt{x} + 7x^{11})}{\log(\log(e + 7x^5 \sin x))}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome.............................. Nome......................... Matricola...................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)

20 febbraio 2013 proff. M.Salvatori, E. Valdinoci durata: **90 minuti** versione C

1] (4 pt.) Determinare lo sviluppo di Taylor (in $x = 0$) arrestato all'ordine 18 della funzione

$$f(x) = \frac{x^4(1-x^{33})}{1+2x^3}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia D il dominio (insieme di definizione) della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + \log(e^a + \frac{5}{9})}$$

e sia $A := f(D)$ l'immagine di D tramite f. Determinare, al variare del parametro reale a, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A, specificando se si tratta di massimo o di minimo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=13}^{+\infty} (x-2)^n \log\left(\frac{n^{3/4}+1}{n^{3/4}-2}\right).$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia $f(x) = 5x + \pi^{(x^3+1)}$. Detta g la funzione inversa di f, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(\pi, 0)$.

Soluzione:

5] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica il numero complesso

$$z = (1-i)^{15} + (1+i)^{15}.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Sia

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < x \le 1/\pi, \ -1 + \sin(1/x) < y \le 0 \right\}.$$

Allora:

$E^\circ =$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - 4x^{3/2}} - \cos(2x^{3/4} + 7x^{11})}{\log(\log(e - 4x^3))}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)

20 febbraio 2013 proff. M.Salvatori, E. Valdinoci durata: **90 minuti** versione D

1] (4 pt.) Determinare lo sviluppo di Taylor (in $x = 0$) arrestato all'ordine 18 della funzione

$$f(x) = \frac{x^4(1 + 2x^{23})}{1 - 2x^3}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia D il dominio (insieme di definizione) della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + \log(e^a + \frac{3}{5})}$$

sia $A := f(D)$ l'immagine di D tramite f. Determinare, al variare del parametro reale a, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A, specificando se si tratta di massimo o di minimo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=21}^{+\infty} (x - 4)^n \log\left(\frac{\sqrt[3]{n} - 1}{\sqrt[3]{n} - 2}\right)$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia $f(x) = e^{(x^3-1)} + 4\sin x$. Detta g la funzione inversa di f, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(1/e, 0)$.

Soluzione:

5] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica il numero complesso

$$z = (1 + i)^{15} - (1 - i)^{15}.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Sia

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 < x \leq 1/\pi,\ -|\cos(1/x)| < y \leq 0\right\}.$$

Allora:

$E^\circ =$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-4x^5} - \cos(2x^2\sqrt{x} + 7x^{23})}{\log(\log(e+12x^{10}))}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.