

### Massimi e minimi: un po' di esercizi (L. Vesely)

Determinare gli estremanti assoluti e relativi della funzione  $f$  sull'insieme  $E$ . Se  $E$  non viene specificato, si intende  $E$  = l'insieme di definizione di  $f$ .

1. **(a)**  $f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$ ; **(b)**  $f(x, y) = x^2 - (y - 1)^2$ .
2.  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$ .
3.  $f(x, y) = x^2 y^3 (6 - x - y)$ .
4.  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ .
5.  $f(x, y) = xy \log(x^2 + y^2)$ .
6.  $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$ .
7.  $f(x, y, z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$ ,  $E = \{(x, y, z) : x > 0, y > 0, z > 0\}$ .
8.  $f(x, y) = xy \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$ ,  $E = \{(x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1\}$  ( $a > 0, b > 0$ ).
9.  $f(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2 + \log(2 + x^2 + y^2)$ .
10.  $f(x, y) = \sin x - \sin y + \cos(x - y)$ ,  $E = (-\pi, \pi) \times (-\pi, \pi)$ .
11.  $f(x, y) = x^2 y e^{x+ay}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ).
12.  $f(x, y) = x^3 y^3 + |x|(y - 1)$ .
13.  $f(x, y) = (x - y^2) \sqrt[3]{y}(x - 1)$ .
14.  $f(x, y, z) = 4xy + e^{x^2+y^2+z^2}$ .
15.  $f(x, y) = \int_x^y \frac{t - 1}{t^{1/4}(9 - t^2)} dt$ .
16.  $f(x, y) = 2xy - \int_y^x \sqrt{|\sin \pi t|} dt$ .
17.  $f(x, y) = |y - 1| (e^{xy} - 2)$ .