http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/g403b.pdf
(Gabriele Lucchini, 2017-01-09)

Gabriele Lucchini

SPUNTI PER UNA RICAPITOLAZIONE SUI NUMERI SIC (SOMMA DI INTERI CONSECUTIVI)

testo proposto per il n. 3 del 2016 del
Periodico di Matematiche (pp. 69-79)
con adattamento all'inserimento redazionale di nota 3

la versione redazionale in inglese dell'abstract è nella rivista

copertina e indice della rivista sono in www.mathesisnazionale.it

SPUNTI PER UNA RICAPITOLAZIONE SUI NUMERI SIC (SOMMA DI INTERI CONSECUTIVI)

Gabriele Lucchini [1]

1 – *Premessa*

Sui numeri somma di interi consecutivi, l'esistenza dei quali è ovvia, sono disponibili scritti e materiali che, dopo l'interesse suscitato da attività a scuole estive della Mathesis e dalle considerazioni su "2016" nel n. 2 del 2016 del *Periodico di Matematiche* [2], suggeriscono l'opportunità di un avvio di raccolta di spunti su risultati reperibili e su programmi per calcolatore, da sviluppare con contributi di lettori [3].

Ringrazio Emilio Ambrisi per avermi segnalato argomento e testi [1], [2], [3] di § 2, per aver accettato di pubblicare questi "spunti", per aver avviato l'iniziativa segnalata nell'avviso di nota 3.

---

[1] Dipartimento di Matematica "F. Enriques" dell'Università degli Studi di Milano (in pensione dal 2009-11-01).
E-mail: gabriele.lucchini@unimi.it.
Pagine internet: http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/gabl00.htm.
In http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/g403.htm sono previsti complementi a questo articolo.

[2] [1] e [2] di § 2.

[3] Sul portale www.matmedia.it sarà presto disponibile una sezione di **Materiali e proposte per attività didattiche** ove inviare osservazioni, segnalazioni, contributi sui nueri SIC.

2 – *Esempi e testi citati in questi spunti*

Per esempi, accanto a quelli del predetto numero del *Periodico di Matematiche* (v. [1] e [2]) e a quelli proposti in sezioni successive, pare sufficiente segnalare che in internet sono reperibili [3]-[6] e sono possibili ulteriori ricerche (molto più ampie), in particolare con Sums of consecutive integers, Somma di numeri consecutivi e analoghi (anche in altre lingue), Lenght spectra of sums of consecutive integers.

Ulteriori suggerimenti bibliografici e sitografici sono uno degli obiettivi della iniziativa segnalata nel predetto avviso.

I 6 testi citati sono:

[1] Emilio Ambrisi, copertina e quarta di copertina del *Periodico di Matematiche*, n. 2 del 2016.

[2] Emilio Ambrisi, "Numeri SIC", *Periodico di Matematiche,* n. 2 del 2016, p. 52.

[3] Wai-Yan Pong "Sums of Consecutive Integers", *The College Mathematics Journal,* Vol. 38, No. 2, March 2007, pp. 119-123 [4] (https://www.maa.org/sites/default/files/Pong-1-0750774.pdf).

[4] "IXL – Consecutive integer problems (Algebra 1 practice)" [5], https://www.ixl.com/math/algebra.../consecutive-integer-proble...

[5] Somma di n numeri consecutivi non è un numero primo, www.youmath.it/domande-a-risposte/view/2056-esiste.html.

[6] Triangular Numbers - Mathematische Basteleien, www.mathematische-basteleien.de/triangularnumber.htm.

3 – *Due modi per indicare numeri SIC*

<u>A1</u> - In vari casi è comodo indicare un numero SIC con notazioni del tipo

s<q,m>

dove q indica la *quantità di addendi della somma* e m indica il *minimo fra gli addendi*; ovviamente, si può scambiare l'ordine di questi indici e omettere <q,m> quando non è utile [6].

NB - Si tenga presente che si può considerare m negativo (v. § 10).

---

[4] Articolo con vari risultati e segnalazione di altri articoli.

[5] *File* per segnalazione di esempio, come i due successivi.

[6] Usiamo **A1** e analoghi per evidenziare tipi di spunti (**A**: aggiunte, **E**: esempi, **P**: problemi, **R**: risultati di [2] e di [3], **#**: formule); § indica le sezioni nei riferimenti.

<u>E1</u> - Per esempio, con la scrittura locale di **A1**, le cinque scomposizioni come numeri SIC di s<q,m>=2016 proposte in [1] e [2] di § 2 sono [7]:

s<63,1>=1+2+3+…+61+62+63,
s<21,86>=86+87+88+ …+104+105+106,
s<9,220>=220+221+222+…+226+227+228,
s<7,285>=285+286+287+288+289+290+291,
s<3,671>=671+ 672+673.

Si noti che in questo ordinamento gli indici q sono decrescenti (e gli m crescenti): ovviamente, si può usare l'ordinamento inverso.

<u>A2</u> - L'esempio **E1** mostra l'esistenza di un altro elemento significativo dei numeri SIC: la quantità di scomposizioni di un numero come SIC.

Chiameremo questo elemento *indice di scomponibilità* [8].

Questo indice pone il problema di stabilire se si vuole comprendere il numero 1 tra i q, visto che [2] lo esclude e che [3] lo include tra le lunghezze delle scomposizioni di numeri SIC, chiamando "*trivial*" questa scomposizione.

<u>A3</u> - Non considereremo numeri SIC quelli che hanno solo la scomposizione "*trivial*", ma inseriremo

q=1

tra le scomposizioni e lo considereremo caratterizzazione dei numeri interi. In casi particolari ammetteremo q=0 e ragioneremo su q<0.

<u>E2</u> - Con questa convenzione, per l'esempio **E1** l'indice di scomponibilità è 6 perché non ci sono altre scomposizioni oltre alle cinque predette in **E1** e a s<1,2016> (come vedremo in **E14** di § 7).

<u>A4</u> - Un numero SIC ha, quindi, tre elementi significativi:
-- l'indice di scomponibilità **i**, che indicheremo come deponente di **s**;
-- la quantità di addendi, che abbiamo indicato con **q**;
-- l'addendo minimo, che abbiamo indicato con **m**.

Volendo indicare tutti e tre gli elementi scriveremo

$s_i<q,m>$.

<u>E3</u> - Per l'esempio **E1** scriviamo le sei scomposizioni nella forma

$2016=s_6<63,1>=s_6<21,86>=s_6<9,220>=s_6<7,285>=s_6<3,671>=s_6<1,2016>$,

intendendo che 2016 è un numero SIC con 6 scomposizioni, contenenti quel numero di addendi a partire da quell'addendo minimo.

---

[7] Vedremo in **A3** l'inserimento di s<1,2016> tra le scomposizioni.

[8] In [3] di § 2 questo numero viene chiamato "*lenght spectrum*" e ci sono varie considerazioni. In § 8 è proposta la tavola 1 di [3] come figura 9.

4 – Primi problemi sui numeri SIC

Come primi problemi sui numeri SIC segnaliamo i seguenti.

P1 - Calcolare un numero SIC, avendo o scegliendo un q e un m.
P2 - Cercare un numero non SIC (ne esistono).
P3 - Cercare un q di un numero SIC.
P4 - Cercare un m di un numero SIC.
P5 - Cercare l'indice di scomponibilità di un numero SIC.
P6 - Ricapitolare le scomposizioni $s_i<q,m>$ di un numero SIC.

5 – Attività sui numeri SIC

Su numeri SIC si trovano documentate varie attività; elenchiamo i seguenti filoni, con alcuni esempi.

--- attività dirette su singoli numeri:
- calcolo di un numero SIC dati q e m;
- costruzione di un numero SIC con date caratteristiche;
- ricerca di scomposizioni e indici di $s<q,m>=2016$ di **E1** (nell'anno 2016);
- stabilire se un numero è SIC e trovare sue scomposizioni;
- ricerca degli addendi di un numero SIC conoscendone il numero;
- ricerca del numero di addendi di un numero SIC conoscendone uno;

--- attività dirette su insiemi di numeri:
- studio di $s<2,m>$;
- studio di 2^j come numeri SIC;

--- ricerca di proprietà generali e congetture:
- ricerca di criteri per determinare i, q, m;
- ricerca del più piccolo intero esprimibile in j modi diversi;
- ricerca di criteri generali di impossibilità di scomposizione;

--- ricerca di riferimenti storici:
- **E4** - Johann Carl Friedrich Gauss (aneddoto sulla somma di interi);
- **E5** - André Weil (v. riferimento in [3] di § 2);

--- programmi per calcolatore e diagrammi di flusso:
- **E6** - Inserimento interattivo degli addendi un numero SIC (v. [4] di § 2);

--- formulazione di domande:
- **E7** - Domanda in [5] di § 2;

--- costruzione di particolari elenchi di numeri:
- **E8** - Tavola di numeri triangolari in [6] di § 2;

--- confronti tra risultati generali proposti (v. § 7 e § 8);
--- confronti tra procedure e strumenti utilizzati (calcoli, formule, …);
--- ricerca su utilizzazioni di numeri SIC;
--- …

6 – Classificazione e visualizzazione dei numeri SIC

Con la possibilità di eccezioni segnalate localmente, considereremo abitualmente gli $s<q,m>$ distinguendo i quattro casi seguenti.

A5 - $q=1$ e $m\geq1$, che dà i naturali (senza lo 0, che per gli indici q, m è normalmente irrilevante).

A6 - $q\geq1$ e $m=1$, che dà i numeri triangolari.

A7 - $q>1$ e $m>1$, che dà i numeri trapezoidali [9].

A8 - $q>1$ e $m<0$, che dà somme contenenti interi negativi (v. § 10); segnaleremo $m<0$.e considereremo 0 come addendo.

A9 - Oltre che come $s<1,m>$, indicheremo i *numeri naturali* con una lettera, precisando l'intervallo di variabilità se necessario o utile.

A10 - Visualizzeremo i *numeri naturali* con dischetti nel modo indicato in figura 1 per 1, 2, 3, 4, 5.

Figura 1

A11 - Oltre che come $s<q,1>$, indicheremo i *numeri triangolari* con t_q.

A12 - Visualizzeremo i *numeri triangolari* con dischetti nel modo indicato in figura 2 per 1, 3, 6, 10. Si tenga presente che è usata, anche, la visualizzazione a triangolo equilatero, eventualmente con dischetti (o altri oggetti) ravvicinati o allontanati (per scelta o per problemi tecnici) [10].

E9 - In figura 2 sono visualizzati 1, 3, 6, 10.

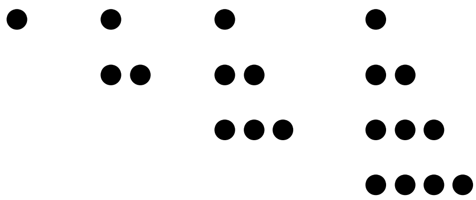

Figura 2

A13 - Visualizzeremo i *numeri trapezoidali* con dischetti nei modi indicati nelle figure da 3 a 7. Si tenga presente che vengono visualizzati, anche, con trapezi isosceli.

---

[9] Chi non avesse presente il nome trova indicazioni in **A12** e in [3].

[10] Le ragioni della nostra scelta, non abituale, risulteranno chiare, in particolare, in figura 4 e in figura 5.

E10 - In figura 3 è visualizzato s<4, 7>=7+8+9+10=34.

●●●●●●●

●●●●●●●●

●●●●●●●●●

●●●●●●●●●●

Figura 3

E11 - In figura 4 è visualizzato in due modi s<4, 7>=7+8+9+10=34 come accostamento di un numero rettangolare e di un numero triangolare (evidenziato con ○).

●●●●●●○

●●●●●●○○

●●●●●●○○○

●●●●●●○○○○

4.6+t_4

Figura 4

●●●●●●●

●●●●●●●○

●●●●●●●○○

●●●●●●●○○○

4.7+t_3

Figura 5

E12 - In figura 6 e figura 7 è visualizzato in due modi s<3,671>=2016 con puntini di sospensione per la lunghezza di 3.670 e di 3.671.

●●●...●●●○

●●●...●●●○○

●●●...●●●○○○

3.670+t_3

Figura 6

●●●...●●●

●●●...●●●○

●●●...●●●○○

3.671+t_2

Figura 7

A14 - I numeri trapezoidali possono essere considerati, anche, come differenza tra due numeri triangolari (v. **R7** in §8).

E13 - In figura 8, s<2,3>=3+4=7=10–3 è accostato a t_4 e t_2.

●	●	
●●	●●	
●●●		○○○
●●●●		○○○○
t_4	t_2	s<2,3>

Figura 8

A15 -	$s<q,m>=q\cdot(m-1)+t_q$	da figura 4.
A16 -	$s<q,m>=q\cdot m+ t_{q-1}$	da figura 5.
A17 -	$s<q,m>=t_{q+m-1}-t_{m-1}$	da **A14** e **E13**.

NB - Queste 3 aggiunte verranno riprese in **A18**.

7 – Risultati generali in [2] *su numeri SIC*

Da [2] di § 2 riprendiamo tre risultati generali su numeri SIC, invitando a tenere presente quanto scritto in **A3** di § 3.

R1 - I numeri 2^j con $j\geq1$ non sono numeri SIC [11] (v. **R4**).

R2 - Se $s<q,m>$ è un numero positivo SIC e d è il più grande dei suoi divisori dispari, il numero di scomposizioni SIC [“*non-trivial”*] possibili di $s<q,m>$ è il numero dei divisori dispari di d diversi da 1 (v. **R6**).

E14 - Per $s<q,m>=2016$ i divisori dispari sono 63, 21, 9, 7, 3, 1 e le scomposizioni sono 6, compresa quella “*trivial*”; queste, (già elencate in **E3** e riprese in § 11) sono $2016=s_6<63,1>=s_6<21,86>=s_6<9,220>=s_6<7,285>=s_6<3,671>=s_6<1,2016>$.

R3 - Da **R2** segue che gli interi positivi $s<q,m>$ che ammettono una unica scomposizione [“*non-trivial*”] come SIC sono tutti e soli i naturali della forma $2^j.p$, essendo p un numero primo [dispari] [12].

E15 - Per esempio:

2.2=4 non è SIC (v. **R1**);	2.3=6=1+2+3;	2.5=10=1+2+3+4;	…;
4.2=8 non è SIC (v. **R1**);	4.3=12=3+4+5;	4.5=20=2+3+4+5+6;	…;
6.2=3.2.2=12=3+4+5;	6.3=18=5+6+7;	6.5=30=9+10+11;	…;
8.2=16 non è SIC (v. **R1**);	8.3=24=7+8+9;	8.5=40=6+7+8+9+10;	…;

…

8 – Risultati generali in [3] *su numeri SIC*

Da [3] di § 2 riprendiamo i seguenti risultati generali [13].

R4 - Un numero naturale è somma di numeri interi consecutivi se e solo se non è una potenza di 2 (v. **R1** di § 7).

R5 - I numeri che hanno soltanto una scomposizione “*non-trivial*” sono quelli della forma $2^d.p$ con p numero primo dispari maggiore di 2^{d+1} (v. **R3** di § 7 ed **E15** di § 7).

---

[11] In [2] di § 2 nella riga di “2^t=…” c’è “.(m+k)” invece di “+(m+k)”.

[12] La precisazione [dispari] è aggiunta in accordo con **R5**; si può considerare come alternativa a j>0.

[13] In [3] di § 2 ci sono, anche, altri risultati, forse con sviste (v. **R5**, **R7**, **R8** e **E18**).

R6 - C’è una corrispondenza biunivoca tra i fattori k dispari di un numero naturale n e i q delle sue scomposizioni:
-- per $(k-1)/2<n/k$ i divisori k sono indici q dispari,
-- per $(k-1)/2\geq n/k$ i numeri 2n/k sono indici q pari.

NB - Non ho trovato indicazioni sulla determinazione degli m, che può essere fatta “artigianalmente” o con formule, come le successive **#4** e **#5** o con altre congetturabili da dati di figura 9 e altri esempi.

E16 - In figura 9 è riportata la tavola 1 di [3] di § 2 per $s_6<q,m>=n=45$: k sono i divisori di 45, *length* i q, i primi numeri della *decomposition* gli m corrispondenti.

k	$(k-1)/2$	n/k	decomposition	length	parity
1	0	45	(45)	1	odd
3	1	15	(14, 15, 16)	3	odd
5	2	9	(7, 8, 9, 10, 11)	5	odd
9	4	5	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)	9	odd
15	7	3	(5, 6, 7, 8, 9, 10)	6	even
45	22	1	(22, 23)	2	even

Figura 9

Ricapitolando e ordinando, si ha:

$n=45=s_6<q,m>=s_6<1,45>=s_6<2,22>=s_6<3,14>=s_6<5,7>= s_6<6,5>=s_6<9,1>=t_9$.

R7 - Una somma di numeri naturali consecutivi può essere vista come differenza di due numeri triangolari (o “numero trapezoidale”) [se non è un numero triangolare] [14].

E17 - V. **E5** di § 6.

R8 - I numeri $s=3^{j-1}$ sono esprimibili in j modi diversi [15].

E18 - Per j=6 è $n=3^{6-1=}243=s_6<q,m>$ e si hanno
----- 6 divisori: 1, 3, 9, 27, 81, 243;
----- 6 $s_6<q,m>$: $s_6<1,243>$. $s_6<2,121>$, $s_6<3,80>$, $s_6<6,38>$. $s_6<9,23>$, $s_6<18,4>$.
Si tenga presente la ricapitolazione di $s<q,m>=45$ da figura 9 in **E16**.

9 – Otto formule sugli $s<(q,m>$

A18 - Le rappresentazioni date in **A15**, **A16** e **A17** di § 6 possono essere considerate tre formule per calcolare $s<q,m>$ utilizzando q, m e numeri triangolari:

#1 $s<q,m>=q\cdot(m-1)+ t_{q,}$

#2 $s<q,m>=q\cdot m+ t_{q-1}$,

#3 $s<q,m>=t_{q+m-1}-t_{m-1}$ (con $t_0=0$).

[14] La precisazione [se non è un numero triangolare] è aggiunta: v. **A14** e **A17**.
[15] In [3] è scritto che $s=3^{j-1}$ è il più piccolo, ma per j=6 si ha che 243>45 (v. **E18**).

E19 - Per esempio:
----- $s<3,5>=5+6+7=3\cdot 4+t_3=12+6=18$,
$=3\cdot 5+t_2=15+3=18$,
$=t_7-t_4=28-10=18$.

A19 - Ovviamente, si può pensare alla utilizzazione di tavole del tipo di quella di [6] di § 2 o a programmi per calcolatore, tenendo presente che non sempre sono più convenienti del calcolo diretto.

E20 - Per esempio, per determinare $s<30,10>=t_{29}-t_9=870-45=825$ è comodo usare tavole (o la formula), per $s<3,5>$ è ragionevole il calcolo diretto (v. **E19**).

A20 - Per un $s<q,m>$ assegnato, **#1** e **#2** permettono di determinare

m noto q e q noto m

con procedure traducibili in programma per calcolatore [16].

#4 - Da **#1** si ricava

$$m=(s-t_q+q)/q.$$

#5 - Da **#2** si ricava

$$m=(s-t_{q-1})/q.$$

E21 - Per esempio da **#4** e **#5** per $s<4,m>=34$ e $s<3,m>=2016$ si ha:

----- $m=(34-10+4)/4=$	$(34-6)/4=$	$28/4=$	7;
----- $m=(2016-6+3)/=$	$(2016-3)/3=$	$2013/3=$	671.

#6 - Da **#1**, **#2**, **#3** si ricava

$$q^2+(2m-1)q-2s=0$$

che ha le due soluzioni:

#7 $\quad q_1=\{1-2m+\sqrt{[1-2m)^2+8s]}\}/2 > 0$,

#8 $\quad q_2=\{1-2m-\sqrt{[1-2m)^2+8s]}\}/2 < 0$,

e la seconda è una quantità negativa (v. **A5-A8**).

A21 - Da **#6** si ricava che è $q_1+q_2=-2m+1$ e $q_1\cdot q_2=-2s$ e; quindi si ha

#9 $\quad m=(1-q_1-q_2)/2$,

#10 $\quad q_2=-2s/q_1$.

E22 - Per esempio, per $s<q,7>=34$, che ha le 2 scomposizioni $s<4,7>=7+8+9+10$ e $s<1,34>=34$ con 4 e 1 per q_1, si hanno -17 e -68 per q_2, -6 e -33 per i corrispondenti m, le equazioni $q^2+13q-68=(q_1-4)\cdot(q_2+17)=0$, $q^2+67q-68=(q_1-1)\cdot(q_2+68)=0$.

E23 - Per $s<q,m>=2016$, che ha le 6 scomposizioni già viste in E3, rimandiamo a **A23** di §11.

A22 - Risultati precedenti permettono di individuare e costruire tutte le scomposizioni di $s<q,m>$ (v. figura 9 e figura 10) con $q>0$.

---

[16] Si può procedere, anche, in altri modi.

10 – Cenno su somme con interi negativi e 0

<u>A23</u> - In **A8** di § 6 abbiamo accennato alle somme con numeri negativi: varie considerazioni paiono ovvie e **#8** di § 8 dà l'occasione per un significativo cenno in proposito.

L'uso di equazioni di secondo grado in questioni che si presentino come di primo grado può indurre a riflettere sulla soluzione "aggiunta", che spesso viene scartata

Nel caso di **#8**, al disaccordo formale con la **A7** si aggiunge la suggestione di una quantità negativa di addendi, che sembra legittimare la esclusione. Se si considera la situazione meritevole di approfondimento, si arriva a ritenere la soluzione accettabile, pur di ammettere la superabilità della scelta precedente con una opportuna interpretazione ed è interessante considerare collegamenti tra scomposizioni.

<u>E24</u> - Per esempio, in **E22** di § 9 abbiamo visto per $s<q,m>=34$ che la **#8** associa la coppia $q_2=–17$ e $m_2=–6$ a $q_1=4$ e la coppia $q_2=–68$ e $m_2=–33$ a $q_1=1$, che portano a $s<17,–6>=34$ e $s<68,–33>=34$, che sono scomposizioni accettabili secondo **A8**.

<u>A24</u> - Introducendo la notazione $s<q_a,m_a>$ per la scomposizione con $q\leq 0$ associata in base alla #6 a quella con $q>0$, si può scrivere

<u>#11</u> $$q_a=2(m–1)+1+q=2m–1+q,$$

dove 2(m–1) corrisponde agli addendi che compaiono con – e con + e +1 all'inserimento dello 0 come addendo.

<u>E25</u> - Per - **E25** si ha 17= [2(7–1)+1]+4 e 68=[2(34–1)+1]+1.

<u>A25</u> - È $s<q_a,m_a>=s<2(m–1)+1,–m+1>+s<q,m>=0+s<q,m>$.

<u>E26</u> - Per esempio, $s<17,-6>=s(13,-6)+s(4,7)$; $s<68, -33>=s<67,33>+s<1,34>$.

11 – $s_6<q,m>=2016$ *come esempio ricapitolativo* (v. **E1**)

<u>R1</u> (come <u>R4</u>): dice che 2016 è un numero SIC.

<u>R2</u> (come <u>R5</u>): dice che 2016 ha 6 scomposizioni (63, 21, 9, 7, 3 1).

<u>R5</u>: consente di costruire la figura 10 (analoga a figura 9), dove i q sono i 6 valori di k (che sono i divisori di 63). Per gli m si veda **#4** e **#5**.

k	(k–1)/2	n/k	scomposizione	q=k	parità
1	0	2016	$s<1,2016>$	1	d
3	1	672	$s<3,671>$	3	d
7	3	288	$s<7,285>$	7	d
9	4	224	$s<9,220$	9	d
21	10	96	$s<21,86>$	21	d
63	31	32	$s<63,1>=t_{63}$	63	d

Figura 10

#1, #2, #3: permettono di calcolare $s<q,m>$.

#3 (e R7): per $2016=s<q,m>=t_{q+m-1}-t_{m-1}$ si hanno i dati dell'elenco.

$s<1,2016>=$	$t_{2016}-t_{2015}=$	2016
$s<3,671>=$	$t_{671}-t_{670}=$	671+672+673
$s<7,285>=$	$t_{291}-t_{284}=$	285+286+…+290+291
$s<9,220>=$	$t_{228}-t_{219}=$	220+221+ …+ 227+228
$s<21,86>=$	$t_{106}-t_{85}=$	86+87+…+105+106
$s<63,1>=$	$t_{63}=$	1+2+…+62+63

#4 e #5: $m=(s-t_q+q)/q=(s-t_{q-1})/q$:

s=2016 e q=1	m=		2016
s=2016 e q=3	m=(2016–3)/3=	2013/7=	671
s=2016 e q=7	m=(2016–21)/7=	1995/7=	285
s=2016 e q=9	m=(2016–36)/9=	1980/9=	220
s=2016 e q=21	m=(2016–210)/21=	1806/21=	86
s=2016 e q=63	m=(2016–1953)/63=	63/63=	1

#7: v. **E23**; per esempio, $q^2+1341q-4032=(q_1-3)\cdot(q_2+1344)=0$ dà q=3. I 6 valori di q possono essere letti in figura 10.

A22: Le scomposizioni con q>0 sono le 6 di **#3** (le 5 di **E1** con l'aggiunta della *"trivial"* $s<1,2016>$, già viste in **E11**, **E14** e in figura 10).

A23 e E25: quantità e minimi (v. § 10), con le altre 6 scomposizioni per q_2 e m_2.

q_1	1	3	7	9	21	63,
m_1	2016	671	285	220	86	1;
q_2	–4032	–1344	–576	–448	–192	–64,
m_2	–2015	–670	–284	–219	–85	0.

A24 e A25: v. **E25** e **E26**.

12 – Riflessione pedagogico-didattica conclusiva

Confido di aver mostrato che i numeri SIC_sono una delle occasioni per pensare, per far vedere che si può pensare, per guidare a pensare e a individuare una struttura di trattazione.

E mi pare importante che questo possa essere ripreso a diversi livelli di età, di conoscenze, di interessi di approfondimento, anche con l'ausilio di visualizzazioni (con diversi criteri), di materiali didattici (dischetti, gioco dei chiodini, geopiano, …), di programmi per calcolatore e di diagrammi di flusso.

Ovviamente, nella scuola sta all'insegnante fare scelte e mi auguro che la collaborazione dei lettori porti, in *Matmedia*, a una ricca documentazione di proposte, anche sostenute da esperienze.