

CARLO FELICE MANARA

Ordinario di Istituzioni di Geometria Superiore nella Università di Milano

CORSO DI
GEOMETRIA

3^a EDIZIONE



EDIZIONI LA VISCONTEA

PREFAZIONE

Presento in questo volume la materia da me svolta in vari corsi di Geometria impartiti nelle Università di Modena, Pavia e Milano negli anni accademici che vanno dal 1951 ad oggi.

Lo studente vi troverà, accanto alla Geometria analitica classica — strumento indispensabile al matematico, — gli elementi del calcolo vettoriale e delle applicazioni dell'Analisi matematica alla Geometria, insieme con le nozioni fondamentali dell'Algebra lineare e delle sue applicazioni alla teoria dei sistemi di equazioni lineari.

È presupposta la conoscenza degli elementi di Algebra e, almeno per qualche capitolo, anche degli elementi di Analisi matematica; questo volume si inserisce pertanto nell'attuale struttura didattica dei corsi di Matematica delle nostre Università, ed è dedicato in particolare agli studenti del primo biennio.

L'ampiezza che è stata conferita alla trattazione di alcuni argomenti vorrebbe tuttavia fare del volume uno strumento di consultazione, utile anche agli altri studiosi di Matematica.

Voglio esprimere un particolare ringraziamento al prof. Gabriele Lucchini, il quale mi ha fornito un aiuto prezioso per la elaborazione del materiale e per la stesura del testo.

C. F. MANARA

Milano, marzo 1970

INDICE

CAPITOLO I – COORDINATE SULLA RETTA E NEL FASCIO

1. Misura dei segmenti	pag. 7
2. Orientazione della rette e identità segmentarie	» 9
3. Ascisse dei punti della retta	» 12
4. Cambiamento di riferimento sulla retta, rapporto semplice	» 13
5. Misura degli angoli nel fascio di rette e identità angolari	» 19
6. Cambiamento di riferimento nel fascio di rette	» 24

CAPITOLO II – SISTEMI DI COORDINATE NEL PIANO

1. Coordinate cartesiane ortogonali	» 27
2. Equazioni canonica, generale e segmentaria della retta	» 29
3. Teorema delle proiezioni; equazioni parametriche e normale della retta	» 39
4. Angoli, distanze, aree	» 47
5. Fascio di rette e coordinate pluckeriane	» 56
6. Sistemi di riferimento diversi dal sistema cartesiano ortogonale ..	» 62
7. Cambiamento di riferimento cartesiano ortogonale	» 68

CAPITOLO III – SISTEMI DI COORDINATE DELLO SPAZIO

1. Coordinate cartesiane ortogonali e teorema delle proiezioni	» 79
2. Equazioni della retta	» 82
3. Equazione del piano; intersezioni tra un piano e una retta e tra due piani	» 89
4. Fascio di piani e intersezione tra tre piani; stella di piani e coordinate pluckeriane	» 97
5. Angoli, distanze, aree, volumi	» 103
6. Sistemi di riferimento diversi dal sistema cartesiano ortogonale ..	» 112
7. Cambiamento di riferimento cartesiano ortogonale	» 118

CAPITOLO IV – RICHIAMI DI CALCOLO VETTORIALE E SUE APPLICAZIONI GEOMETRICHE

1. Richiami di calcolo vettoriale	» 125
2. Decomposizione canonica di un vettore in un sistema cartesiano ortogonale monometrico	» 139
3. Applicazioni geometriche	» 142
4. Altre decomposizioni di un vettore	» 150
5. Elementi di calcolo differenziale per i vettori	» 151

CAPITOLO V – CURVE E SUPERFICI DEL SECONDO ORDINE

1. Equazione della circonferenza; tangente; polare	pag. 157
2. Circonferenze ortogonali; fasci di circonferenze; involuppo	» 166
3. Curve del secondo ordine e forme canoniche delle loro equazioni ..	» 175
4. Tangente, polare, involuppo per curve del secondo ordine	» 208
5. Fasci di curve del secondo ordine e involuppi del secondo ordine ..	» 222
6. Equazione della sfera; retta e piano tangenti; fascio di sfere	» 230
7. Quadriche e forme canoniche delle loro equazioni	» 238
8. Piano tangente e piano polare ad una quadrica; intersezione tra quadrica e piano tangente	» 250

CAPITOLO VI – APPLICAZIONI GEOMETRICHE DELL'ANALISI
MATEMATICA

1. Rappresentazione degli archi di curva sghemba; rettificazione; ascissa curvilinea » 253
2. Tangente, piano normale, piano osculatore, normale, binormale, piano rettificante; trietro intrinseco; flessione e torsione; formule di Frenet; sfera osculatrice » 260
3. sviluppi locali canonici; equazioni intrinseche; curve a torsione nulla; curve a rapporto costante tra torsione e flessione » 274
4. Rappresentazione degli archi di curva piana; tangente, flessione; equazione intrinseca; circonferenza osculatrice; flessi » 280
5. Curve piane in forma implicita; punti singolari; classificazione dei punti doppi; flessi » 293
6. Inviluppi di archi di curva piana; evoluta ed evolvente; asintoti .. » 301
7. Rappresentazione degli aperti di superficie; piano tangente; sezioni piane » 315
8. Superficie sviluppabili e superficie rigate » 329

CAPITOLO VII – SPAZI VETTORIALI SU UN CAMPO

1. Spazi vettoriali su un campo e omomorfismi tra spazi vettoriali .. » 333
2. Isomorfismo tra vettori di uno spazio vettoriale e n -ple del campo » 340
3. Vettori unitari fondamentali » 346

CAPITOLO VIII – MATRICI SU UN CAMPO E LORO ALGEBRA

1. Matrici su un campo, sottomatrici e operazione di trasposizione . » 349
2. Somma di matrici simili, moltiplicazione scalare, combinazione lineare » 352
3. Prodotto di matrici conformabili » 356
4. Anello delle matrici quadrate di un dato ordine, esempi di gruppi di matrici » 365

CAPITOLO IX – DETERMINANTI E SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI

1. Determinante di una n -pla di vettori e di una matrice quadrata ... » 369
2. Determinante del prodotto di due matrici quadrate, altri tipi di prodotti tra matrici quadrate » 375
3. Complementi algebrici, teorema di Laplace; matrice inversa; inversione di un isomorfismo tra spazi vettoriali; regole di Cramer; teorema dell'alternativa; autovalori, autovettori, equazione caratteristica; teorema di Cayley-Hamilton pag. 377
4. Forma canonica di una matrice, caratteristica e teoremi relativi; inversione di un omomorfismo tra spazi vettoriali; sistemi di n equazioni lineari in m incognite; sistemi equivalenti; ricerca del nucleo di un omomorfismo tra spazi vettoriali; sistemi lineari omogenei; teorema di Rouché e Capelli » 387
5. Dipendenza lineare di n vettori di uno spazio di vettori a n componenti; base di uno spazio vettoriale » 401