

C.F. MANARA
Ordinario di Istituzioni
di Geometria Superiore
nella Università di Milano

G. LUCCHINI
Assistente Ordinario ed
Incaricato di Geometria I
nella Università di Milano

ESERCIZI E COMPLEMENTI DI
G E O M E T R I A



EDITRICE VISCONTEA
MILANO - VIA BROGGI, 15

INDICE

AVVERTENZA	5
PREFAZIONE di C. F. MANARA	7
CAPITOLO I: COORDINATE SULLA RETTA E NEL FASCIO	
(1.0).....	9
(1.1).....	9
(1.2).....	10
Corrispondenza biunivoca tra punti della retta e numeri reali	10
(1.3).....	26
Punto improprio e coordinate omogenee sulla retta, con 1 esercizio	26
(1.40).....	28
(1.41).....	28
Richiami sui gruppi	29
(1.42).....	37
(1.43).....	37
Casi eccezionali del rapporto semplice	38
Forma canonica della equazione di secondo grado	40
(1.5).....	42
Coordinate tangenti omogenee	42
Polisezione di un angolo, con 1 esercizio	42
(1.6).....	47
Birapporti e proiettività, con 63 esercizi	47
Nota sulla retta e sul fascio proiettivi complessi e sulla rappresentazione reale degli elementi complessi coniugati.....	69
CAPITOLO II: SISTEMI DI COORDINATE NEL PIANO	
Sulla risoluzione algebrica dei problemi geometrici.....	71
(2.1).....	76
(2.2).....	76
(2.3).....	77
(2.4).....	78
Programmazione lineare in due variabili, con 6 esercizi	80
(2.5).....	83
Coordinate cartesiane omogenee e dualità; teorema dei triangoli omolo- gici e omologia, con 18 esercizi	84
(2.6).....	95
Coordinate baricentriche, con 12 esercizi	96
Coordinate ortogonali rispetto al triangolo, con 2 esercizi	97
Diagrammi triangolari, con 3 esercizi	97
Teorema di Pappo-Pascal, con 4 esercizi	100
(2.7).....	103
Simmetria rispetto ad un punto, con 4 esercizi	105
Simmetria rispetto ad una retta, con 7 esercizi	106
Piano proiettivo e forme geometriche fondamentali, con 1 esercizio	107
Prospettività e proiettività, con 24 esercizi	108
Quadrilatero e quadrangolo, con 8 esercizi	114
Coordinate proiettive omogenee-Omografie-Correlazioni-Polarità piane, con 13 esercizi	117
Nota sul piano proiettivo complesso e sulla rappresentazione reale degli elementi complessi coniugati	127

CAPITOLO III: SISTEMI DI COORDINATE NELLO SPAZIO

(3.1).....	129
(3.2).....	129
(3.3).....	130
(3.4).....	131
Coordinate cartesiane omogenee e dualità, con 3 esercizi	132
(3.5).....	136
Birapporto di quattro piani, con 2 esercizi	140
Programmazione lineare in tre variabili, con 3 esercizi	141
(3.6).....	143
(3.7).....	144
Simmetria rispetto ad un punto, con 4 esercizi	145
Simmetria rispetto ad una retta, con 7 esercizi	145
Gruppo trirettangolo, con 1 esercizio.....	146
Simmetria rispetto ad un piano, con 6 esercizi	147
Coordinate proiettive omogenee-Omografie-Reciprocità-Polarità, con 15 esercizi	148
Lo spazio proiettivo	157
Nota sullo spazio proiettivo complesso e sulla rappresentazione reale degli elementi complessi coniugati.....	167

CAPITOLO IV: RICHIAMI DI CALCOLO VETTORIALE-APPLICAZIONI GEOMETRICHE

(4.1).....	169
(4.2).....	170
(4.3).....	170
Rappresentazione vettoriale dei numeri complessi, con 4 esercizi	172
Formule fondamentali della trigonometria, con 2 esercizi	173
(4.4).....	176
(4.5).....	176

CAPITOLO V: CURVE E SUPERFICIE DEL SECONDO ORDINE

(5.1).....	179
Circonferenze in coordinate polari	181
Circonferenze di raggio nullo, con 1 esercizio	182
Circonferenze e punti ciclici, con 1 esercizio	182
Sul teorema di Bézout	182
Definizione analitica della polare	183
(5.2).....	185
Reti di circonferenze, con 6 esercizi	192
Inversione circolare, con 2 esercizi	193
(5.3).....	195
Intersezioni delle curve del secondo ordine con la retta impropria, con 1 esercizio	197
Realità delle curve del secondo ordine.....	197
Risoluzione grafica delle equazioni di II, III, IV grado	199
(5.4).....	200
Definizione analitica della polare di un punto	200
Applicazioni della polarità	202
Podaria, con 4 esercizi	203
Alcune proprietà della parabola, con 2 esercizi	204
Alcune proprietà dell'ellisse, con 4 esercizi	209
Problema del calcolo degli integrali irrazionali, con 1 esercizio	213
Luogo dei punti che vedono una conica a centro secondo un an- golo retto.....	215
(5.5).....	216
Teorema di Steiner e sue conseguenze, con 7 esercizi	218
Duale del teorema di Steiner e sue conseguenze, con 6 esercizi ...	222
Involuzione dei punti reciproci e involuzione delle rette reciproche, con 8 esercizi	228
Ricerca dei fuochi delle coniche, con 6 esercizi.....	231
Esercizi di ricapitolazione sulle coniche	234
(5.6).....	264
Circonferenza assoluta dello spazio	265
Definizione analitica del piano polare	266
Rappresentazione analitica delle circonferenze nello spazio e fasci di superficie sferiche, con 17 esercizi	267
Inversione sferica	269
(5.7).....	269

Cono asintotico di una quadrica	271
Circonferenza di gola di una quadrica rigata di rotazione, con 1 esercizio	272
Quadriche rigate e teoremi di Brianchon e di Pascal	273
(5.8).....	278
Definizione analitica del piano polare	278
Applicazioni della polarità	278
Altra classificazione per il riconoscimento delle quadriche	279
Polarità ortogonale nella stella	285
Scelta del sistema di riferimento	288
CAPITOLO VI: APPLICAZIONI GEOMETRICHE DELL'ANALISI MATEMATICA	
(6.1).....	291
(6.2).....	299
(6.3).....	293
(6.4).....	294
Rappresentazione delle curve piane in coordinate polari e proprietà della inversione circolare, con 3 esercizi	294
Podaria di un punto rispetto ad una curva, con 1 esercizio	297
(6.5).....	300
Traiettorie ortogonali ad un sistema di curve, con 2 esercizi	301
(6.6).....	303
Comportamento di un ramo di curva nel centro di una inversione circolare, con 1 esercizio	307
(6.7).....	309
(6.8).....	310
CAPITOLO VII: SPAZI VETTORIALI SU UN CAMPO	
(7.1).....	311
(7.2).....	311
Sistemi di generatori, basi e dimensioni di uno spazio vettoriale ...	311
(7.3).....	313
Spazi vettoriali e spazi proiettivi, con 1 esercizio	314
CAPITOLO VIII: MATRICI SU UN CAMPO E LORO ALGEBRA	
(8.1).....	325
(8.2).....	325
(8.3).....	326
Matrici e numeri complessi	326
(8.4).....	329
Forme lineari - Iperpiani in uno spazio proiettivo - Spazi lineari	331
Trasformazioni elementari nel piano, con 5 esercizi	338
Trasformazioni elementari nello spazio, con 4 esercizi	339
Movimenti rigidi polari: angoli di Eulero e matrici ortogonali, con 4 esercizi	340
CAPITOLO IX: DETERMINANTI E SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI	
(9.1).....	343
(9.2).....	344
(9.3).....	344
(9.4).....	345
(9.5).....	346
Esercizi di ricapitolazione	346
Ricerca degli elementi uniti delle omografie, con 12 esercizi	355
Forme canoniche delle equazioni delle omografie	374
Matrici ortogonali, con 5 esercizi	378
Spazi euclidei - Proprietà metriche dei vettori, con 4 esercizi	383