

da MIFP-2  
p.530: fonte  
p.538-540: fasi

#13.2/4 - Da *Matematizzazione e de-matematizzazione*  
di GABRIELE LUCCCHINI,  
in *Seminari di didattica, a.a. 1990-91 e 1991-92*  
Q.1 – 1992, a cura di CARLO MARCHINI,  
Lecce, Dipartimento di Matematica  
dell'Università di Lecce,  
con sostituzione di de/matematizzazione a  
de-matematizzazione (cfr. 1 di 2.1)

### 1.3 - Fasi della matematizzazione – Matematizzazione ristretta e matematizzazione estesa di fatti, situazioni, dati, problemi.

In relazione alla matematizzazione come *traduzione* e come *trattazione* in termini matematici di fatti, situazioni, dati, problemi, ritengo importante proporre una suddivisione in *fasi*, distinguendo, appunto, *traduzione*, come “matematizzazione ristretta”, e *trattazione* (con discussione), come “matematizzazione estesa”.<sup>11</sup>

1) *Matematizzazione ristretta*, o traduzione in termini matematici, in sei fasi successive:

$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f.$

- a) fatti, situazioni, dati, problemi (realtà).
- b) razionalizzazione della conoscenza sulla realtà che si considera.  
NB – Come esempio particolarmente significativo, anche se non strettamente matematico, riporto un brano di **G. Peano**<sup>12</sup>:

*Data l'altezza dell'albero maestro d'una nave, trovare l'età del capitano.*

*È questo un celebre esempio di problema, dato come insolubile. Il filosofo-matematico Richard se ne occupò nella Revue de Métaphisique a. 1920.*

*Il problema si risolve sapendo che quella nave si trovava presso Genova; alla capitaneria di porto trovasi la descrizione delle navi che frequentano il porto. Da questo registro deduciamo il nome della nave; in altro registro leggiamo il nome del capitano, e dall'ufficio di anagrafe ricaviamo la sua età.*

*Quasi tutti i problemi che si presentano in pratica sono della natura di questo.*

*Chi deve risolverli, cercherà gli elementi che mancano; ovvero li supporrà, dicendo ben chiaro che cosa suppone. (...)*

- c) scelta degli elementi da matematizzare, tra quelli che è possibile matematizzare.

<sup>11</sup> *Traduzione* è, qui, intesa nel senso che un certo discorso concepito secondo il linguaggio della parola deve essere reso in linguaggio matematico.

<sup>12</sup> Problema pratico n. 10 (p. 60) di *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, prima edizione: Torino, Paravia, 1924; riedizione, con presentazione di **G. C. Argan** e prefazione di **U. Bottazzini**: Firenze, Sansoni, 1983.

- d) scelta degli strumenti matematici [tra quelli utilizzabili (noti e ammessi)], con eventuale revisione della scelta c.
- NB – I vari strumenti di matematizzazione, che sono stati elaborati nei secoli, consentono, spesso, diverse matematizzazioni di una stessa realtà, con scelte legate a diversi elementi. In particolare, interessa richiamare, qui, la possibilità di matematizzare nel *discreto* o nel *continuo* in modo da avere i necessari collegamenti (come, ad esempio, per le cosiddette *leggi finanziarie*) e la possibilità di tradurre in formulazioni diverse le varie ipotesi che si possono fare nell'interpretazione di un fenomeno, anche per vagliarne l'attendibilità con gli strumenti matematici (come si può fare, ad esempio, per i cosiddetti *modelli economici*<sup>13</sup>).
- NB – Gli elaboratori elettronici offrono, chiaramente, significative possibilità anche per l'utilizzazione di strumenti matematici tradizionalmente ignorati nella scuola per difficoltà di utilizzazione (come, ad esempio, le equazioni algebriche di grado superiore al secondo non addomesticabili con la *regola di Ruffini*). Ovviamente, occorre saper dominare le possibilità di errore insite nel modo di operare di queste macchine.
- NB – È possibile che gli strumenti utilizzabili, perché noti o perché ammessi, non consentano una buona matematizzazione della realtà o consentano solo una trattazione parziale o approssimata.
- NB – Nella scelta degli strumenti per matematizzare può essere opportuno considerare il *costo* di acquisizione o di utilizzazione degli strumenti dal punto di vista sia di effettive spese che di tempi di studio o di lavoro.
- e) formulazione matematica e simbolizzazione (rappresentazione matematica della realtà).
- NB – È opportuno osservare l'importanza di questa fase e, in particolare, quella della simbolizzazione, che verrà ripresa a proposito della fase g, e della standardizzazione dei simboli.

---

<sup>13</sup> Cfr., ad esempio, *Elementi di Economia matematica* di C. F. Manara e P. C. Nicola, Milano, Viscontea, 1967

- f) eventuale “trasformazione” con altri strumenti matematici.  
 NB – Di questa fase interessa, qui, soprattutto l’aspetto di utilizzazione di strumenti matematici per rendere più agevoli dimostrazioni di proprietà e risoluzioni di problemi già espressi matematicamente.
- NB – La disponibilità di strumenti matematici può condizionare sia modi di matematizzazione (ad esempio: *sezione aurea*<sup>14</sup> negli *Elementi* di **Euclide** e con le equazioni di secondo grado) che esistenza e interpretazione di risultati (ad esempio: *geometria analitica* e *campo complesso*).
- NB – La scelta degli strumenti per matematizzare può avere rilevanti implicazioni sui rapporti tra formulazione matematica e realtà, in parte ravvisabili nell’uso del termine *modello* con significato diverso da quello di *traduzione*. Come è ben noto, ci sono matematizzazioni che *impoveriscono* e matematizzazioni che *arricchiscono*, togliendo o aggiungendo elementi (ad esempio: *geometria analitica*).
- 2) *Matematizzazione estesa*, o traduzione e trattazione matematica, con altre quattro fasi:  
 $(a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f) \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow i \rightarrow l.$
- g) elaborazione sui simboli secondo le regole dello strumento utilizzato e deduzione dalla rappresentazione simbolica.  
 NB – La possibilità di lavorare sui simboli invece che sulla realtà è una caratteristica fondamentale della matematizzazione: se le *regole* per operare sui simboli sono state stabilite bene e se è stata operata bene la matematizzazione, i risultati della elaborazione e delle deduzioni non possono non corrispondere alle operazioni sulla realtà.
- h) interpretazione matematica dei risultati.  
 i) valutazione dell’aderenza dei risultati alla realtà.  
 l) eventuale revisione delle scelte c, d, e, f.
- NB – Come è del tutto ovvio, si possono considerare altre suddivisioni in fasi; mi limito a segnalare la suddivisione in quattro fasi di **G. Polya**<sup>15</sup>.

<sup>14</sup> Come è noto, *sezione aurea* non è denominazione euclidea: cfr., ad esempio, *Geschichte der Elementar-Mathematik* di **J. Tropicke**, III ed., IV vol., Berlin, De Gruyter, 1940.

<sup>15</sup> Cfr. *Come risolvere i problemi di matematica*, Milano, Feltrinelli, 1967 (ed. or.: *How to solve it*, Princeton University Press, 1945).

Le quattro fasi sono: 1) comprensione del problema, 2) compilazione di un piano, 3) sviluppo del piano, 4) alla fine (esame della soluzione ottenuta).

Lo schema originale è più incisivo, per l’efficacia dell’impostazione grafica.