

## **Problemi sulla didattica della matematica.**

MODESTO DEDÒ (Milano) (\*)      (\*) Alghero, 27 settembre 1975.

### **1. - Introduzione.**

Il comitato scientifico di questo congresso ha voluto che una delle conferenze generali fosse dedicata alla didattica della matematica: sono sicuro di interpretare il pensiero di molti congressisti plaudendo a questa iniziativa.

Devo anche ringraziare il comitato per la fiducia che mi ha accordato affidandomi l'incarico di tenere questa conferenza.

Inutile dire che il tema è vastissimo e che non vi è unanimità di consensi nè sulla diagnosi dei mali che affliggono le nostre scuole nè sulla loro terapia. Mi scuso quindi se la mia esposizione apparirà frammentaria e superficiale, e mi scuso anche del fatto che non potrò fare a meno di presentare le cose dal mio punto di vista: anche se il mio proposito è quello di essere il più obiettivo possibile, molte mie affermazioni appariranno opinabili.

Peraltro nel quadro delle varie iniziative a favore della didattica della matematica che l'Unione Matematica Italiana sta patrocinando, si terrà prossimamente un convegno sull'indirizzo didattico del corso di laurea in matematica, e in quella sede alcuni temi potranno essere approfonditi e dibattuti.

### **2. - Contributo dei Matematici alla Didattica.**

Credo che sia lecito affermare che i matematici si sono sempre, ed in maggior misura di altri scienziati, attivamente occupati della didattica della loro disciplina. Senza voler risalire troppo nel tempo basterà qui ricordare le magistrali conferenze di F. KLEIN, raccolte con il ben noto titolo *Elementarnathematik vom höheren Standpunkte aus* e le *Questioni riguardanti le Matematiche elementari* curate da F. ENRIQUES. Ho voluto ricordare queste due opere anche perchè dalla prima traggono nome i nostri corsi di «Matematiche elementari dal punto di vista superiore» e la seconda ha portato alla istituzione, nelle nostre università, del corso di «Matematiche Complementari», iniziato dallo stesso ENRIQUES nel 1922 alla università di Roma.

Erano quelli i tempi in cui tutti i grandi matematici si occupavano della didattica; in particolare, in Italia, tutti erano iscritti alla «Mathesis» e davano a questo sodalizio, allora fiorentissimo, il loro contributo: per suffragare questa affermazione basta scorrere le vecchie annate del *Periodico di Matematiche*, in particolare si troverà, nel 1921, l'elenco dei votanti per la presidenza della «Mathesis» e si noterà la presenza di tutti i matematici italiani. E non è da credere che gli interventi dei matematici riguardassero soltanto i contenuti e non le metodologie: molti si stupiranno nel trovare già dibattuti alcuni temi ritenuti oggi di grande attualità, e vale la pena di fare qualche citazione.

Nel 1921, su *Torino nuova*, G. PEANO scriveva un articolo dal titolo *Contro gli esami* (riprodotto in *Opere scelte*, vol. III, p. 383, Cremonese 1959). Tra l'altro vi si legge «Gli esami che si danno nelle nostre scuole sono spesso inutili e non di rado dannosi. Il governo e gli enti pubblici in generale debbono dare ogni specie di istruzione. Ognuno si serva di questa istruzione largamente impartita secondo le condizioni proprie e della sua famiglia... È un vero delitto contro l'umanità il tormentare i poveri alunni con esami, per assicurarsi che essi sappiano cose che la generalità del pubblico istruito ignora... Così nelle scuole superiori, e nell'Università.»

E mi sia consentito di citare anche un altro articolo dello stesso PEANO, pubblicato nel 1924 sul *Periodico di Matematiche (Opere scelte, Vol. III, p. 441)* dal titolo *Sui libri di testo per l'Aritmetica nelle scuole elementari*, anche perchè vi si riscontra un atteggiamento del ministero che vorremmo fosse l'atteggiamento attuale. L'articolo riproduce una conferenza del PEANO, presso l'università di Torino, fatta per aderire ad un «nobile invito» del direttore generale dell'istruzione primaria, nel quale si dice: «Il Ministero confida che gli illustri colleghi delle Università prendano su di sè il grave compito di controllare la produzione dei libri di testo ... Noi facciamo appello ai colleghi delle Università perchè ci aiutino. Scrivano, persuadano, agiscano! Si tratta della scuola di tutti, dei fanciulli di tutti.»

Tutto l'articolo è estremamente interessante; qui voglio solo riportare qualche frase tolta dalla fine, dove, dopo aver citato con compiacenza che nelle scuole elementari di Londra «fino all'età di 8 anni non si pone alcun libro di testo nelle mani dei bambini: il maestro fa sommare due rose con tre rose reali, e non solo disegnate sul libro», aggiunge: «La nomenclatura nei libri di aritmetica è sovrabbondante ... Introdotti i simboli *più, meno, moltiplicato, diviso*, a rigore non sono necessarie le parole addizione, somma, termini, poste, minuendo, sottraendo, differenza, resto, moltiplicazione, moltiplicando, moltiplicatore, ecc ... Così soppresso nei testi le definizioni tautologiche, i problemi non pratici, la nomenclatura sovrabbondante, l'aritmetica diventa più facile per l'allievo e per l'insegnante.»

Ho alquanto indugiato nel citare PEANO non perchè sia il solo, che si sia occupato di questi problemi, nè perchè io condivida tutte le sue posizioni polemiche, ma, forse, per indicare che molte critiche presentate oggi come «rivoluzionarie» si debbono far risalire ad almeno mezzo secolo fa.

Chi volesse una maggiore documentazione sull'interessamento dei matematici di allora ai problemi della didattica, può consultare l'articolo di L. BRUSOTTI, scritto nel 1950, dal titolo *Questioni didattiche* che compare nella Enciclopedia delle Matematiche Elementari (vol. III, parte II), articolo di grande interesse e tuttora molto valido, che non dovrebbe essere ignorato da chiunque voglia occuparsi della didattica della matematica.

### **3. - Successivo disinteresse dei Matematici per la Didattica.**

In tempi più recenti i matematici professionisti si sono sempre meno interessati ai problemi della didattica e a quelli dell'insegnamento secondario. Nella prefazione all'opera *Che cosa è la Matematica* [?] di R. COURANT e H. ROBBINS (l'edizione italiana è stata ristampata da Boringhieri nel 1972 ed è noto che si tratta di un'opera fondamentale per la didattica della matematica), nel 1941 già si lamentava che «La ricerca matematica ha mostrato la tendenza verso l'eccessiva specializzazione e l'astrazione esagerata, e le applicazioni e i rapporti con altri campi sono stati trascurati. Tali condizioni, tuttavia, non giustificano affatto una politica di trinceramento; al contrario la reazione opposta può, e deve sorgere proprio da parte di coloro che sono consapevoli del valore della disciplina intellettuale.»

Dopo il 1941 il disinteresse dei matematici per i problemi della didattica si è ancor più accentuato. E varrebbe la pena di approfondire le ragioni di questo fenomeno, tanto più grave perchè, nella opinione di molti, si tratta di un fenomeno irreversibile.

Vorrei qui indicare alcuni fattori che certamente hanno avuto una importanza notevole; ritengo inoltre che questi fattori abbiano un certo rilievo anche nella nostra problematica generale.

i) La scuola di oggi, che è scuola di massa, esige una approfondita, specifica preparazione nelle cosiddette «scienze della educazione», in misura notevolmente maggiore di quanto fosse prima richiesto per una scuola di élite. E mi sia qui consentito di aggiungere che se tutti accettano questa affermazione proprio perchè è così ovvia da apparire banale, siamo però in molti a non accettare le storture che sono derivate da affermazioni apparentemente analoghe che troppo spesso sono ripetute come slogans da persone incompetenti sia in matematica sia in scienza della educazione.

È così accaduto che alcuni matematici abbiano preferito dedicarsi ai loro studi preferiti piuttosto che intraprendere un lavoro, che appare difficile e non congeniale, per orientarsi ad una seria prepa-

razione in questi campi. Indubbiamente si sono avute delle eccezioni e, soprattutto all'estero, ma anche in Italia, vi sono eminenti matematici che hanno le carte in regola anche con le «Scienze della educazione»).

ii) Spesso, come già è stato riferito, il matematico professionista di oggi è un matematico altamente specializzato e la matematica specialistica è quasi sempre lontana, sia nei metodi sia nella problematica, dalla didattica della matematica, soprattutto dalla didattica della matematica della scuola secondaria o del primo livello universitario.

iii) Fino a trent'anni fa quasi tutti i matematici avevano avuto, per dovere professionale, contatti diretti con il mondo degli insegnanti di scuola secondaria. Molti addirittura provenivano dai ruoli dei professori secondari, la grande maggioranza faceva regolarmente esami di maturità, di abilitazione e concorso; ai professori universitari erano spesso affidate le ispezioni. Oggi, almeno in Italia, tutto ciò si verifica sempre più raramente.

iv) La grande richiesta di nuovi insegnanti (ampiamente prevedibile ma non prevista) ha provocato una indiscriminata immissione nei ruoli delle scuole secondarie. Anche se si deve riconoscere che soltanto una minoranza di questi nuovi insegnanti non è adeguatamente preparata sul piano tecnico, tuttavia questa minoranza si dimostra particolarmente agguerrita in fatto di contestazioni e, non essendo in grado di apprezzare il contributo di matematici qualificati, determina il rifiuto di questo contributo.

v) L'industria dei testi scolastici e dei sussidi didattici ha oggi interessi commerciali di grande rilievo e, nella sua produzione, spesso si orienta in base al parere della minoranza agguerrita di cui ho parlato ora, escludendo così l'intervento scomodo degli specialisti.

vi) Il cosiddetto «mondo del lavoro» qualifica, spesso in modo pregiudiziale, come «borghesi» o addirittura «fascisti» tutti coloro che finora si sono attivamente occupati della scuola: si chiede a gran voce una «controscuola». È raro che un matematico qualificato possa o voglia inserirsi in questa dialettica.

A questi fattori di carattere generale se ne potrebbero aggiungere molti altri più specifici della situazione italiana: affollamento delle università, esami sempre più gravosi, contestazioni studentesche di ogni tipo, retribuzioni indecorose, ecc.

Crede quindi che si possa ragionevolmente concludere che, almeno per qualche tempo, il fenomeno rimarrà irreversibile: si può auspicare un maggiore interessamento, forse si potrà ottenere qualche sacrificio da parte di alcuni matematici a favore della didattica, ma sembra certo che non si possa sperare di ritornare a quel grado di interessamento generale che era normale qualche decennio fa.

#### **4. - Prospettive future.**

Pur non condividendo le diagnosi disastrose sullo sfacelo della scuola italiana, quali sono presentate da varie correnti politiche, si deve riconoscere che vi è molto lavoro da fare per adeguare la scuola alle esigenze della nostra società e, in particolare, per riqualificare l'insegnamento della matematica.

Questo lavoro va svolto con l'aiuto di specialisti competenti. Posto che non si possa più fare affidamento su un massiccio intervento dei matematici professionisti, non rimane aperta altra strada, che quella già intrapresa all'estero (e parzialmente da noi), cioè quella di sollecitare la istituzione di *centri di ricerca scientifica* che si dedichino esclusivamente ai problemi didattici. Si tratta però di una strada lunga e difficile sia perchè, per iniziare, occorre reperire un certo numero di persone capaci e disponibili (ed è fin troppo facile ripetere la vecchia battuta che i capaci non sono disponibili

e i disponibili sono incapaci); sia perchè iniziative di questo tipo sono spesso condizionate da interessi politici o settoriali; sia perchè è necessario un cospicuo stanziamento di fondi.

Mi sia però consentito di indicare alcune condizioni, a mio parere irrinunciabili, per un buon funzionamento di questi centri.

i) In ognuno di questi centri dovrà essere presente un certo numero di matematici qualificati: nessuno infatti ha mai inteso dire che per saper insegnare la matematica *basta* conoscere la matematica, ma tutte le persone sensate ritengono che per saper insegnare la matematica *occorre* conoscere la matematica. Troppe polemiche sorte al riguardo sono dovute (ahinoi!) alla abituale confusione della condizione necessaria con la condizione sufficiente.

ii) Questi centri devono essere centri universitari: intendo dire centri della università, non centri patrocinati da una università che, sia pure a fin di bene, si limita a mettere la sua firma. Sono infatti persuaso che, a dispetto di chi afferma che nel momento attuale l'università dà scarso affidamento di serietà scientifica, non sia facile trovare oggi un'altra istituzione che dia un affidamento maggiore.

iii) In questi centri si dovrebbe resistere alla tentazione di (assecondare la moda e) partire con la interdisciplinarietà. E non vorrei essere frainteso: io ritengo che la interdisciplinarietà sia un importantissimo punto di arrivo, ma ritengo anche che assumerla come punto di partenza può condizionare la ricerca scientifica che, all'inizio, non potrà non essere specializzata. Aggiungo che di proposito ho parlato della moda di fare della interdisciplinarietà ad ogni costo (rasentando spesso il grottesco); sono invece ovviamente d'accordo con quanto è stato spesso ripetuto da eminenti matematici (si veda, ad esempio, il citato articolo di L. BRUSOTTI) e cioè che motivazioni, esempi ed esercizi nell'insegnamento della matematica vanno tratti dalle situazioni concrete della vita quotidiana o da aspetti culturali sviluppati in insegnamenti paralleli.

Lo scopo di questi centri dovrebbe essere quello di arrivare a formare dei competenti. E non vorrei proprio precisare quali sono i campi in cui vi è più bisogno di competenti, se nelle metodologie o nei contenuti, se negli aspetti socio-psicologici dell'insegnamento della matematica o nei suoi aspetti specializzati, se nella istruzione primaria o in quella universitaria, o in quella professionale o in quella per adulti o nella istruzione permanente degli insegnanti. Sarà compito degli stessi centri quello di approfondire questi problemi e di additarne le priorità. E sarà anche compito di questi centri quello di coordinare le molte iniziative artigianali che, in campo didattico, sono sorte in Italia: si tratta di iniziative encomiabilissime per l'impegno e la dedizione dei partecipanti, ma gli scarsi collegamenti e il loro carattere spontaneistico hanno impedito di realizzare una apprezzabile influenza sul vastissimo mondo della scuola.

## **5. - Il problema degli Insegnanti.**

È questo il problema di gran lunga più importante ed è un problema veramente colossale perchè comprende almeno le modalità della *preparazione*, del *reclutamento*, dell'*assistenza* e dell'*aggiornamento*. La risoluzione di questi problemi va avviata con una pianificazione a lunga scadenza, che dovrebbe essere studiata dai centri di ricerca didattica di cui ho parlato prima.

È però necessario fare subito qualcosa, accettando la preparazione così come è stata fatta, interrompendo le polemiche su come è avvenuto il reclutamento. e indirizzando ogni sforzo all'assistenza e all'aggiornamento.

Nonostante tutte le ricordate polemiche su come sono stati preparati e su come sono stati assunti i nostri insegnanti, è mia ferma convinzione che la grande maggioranza di essi è sufficientemente preparata sul piano tecnico ed è armata di una grande buona volontà: naturalmente vi sono delle eccezioni, ma a mio parere sono molto meno numerose di quelle che si presentano nelle altre professioni. Il fatto è che nella scuola sta avvenendo un rivolgimento colossale e che per far fronte alle

difficoltà che conseguentemente si presentano. occorrerebbe che tutti i nostri insegnanti fossero dotati della pazienza di Giobbe, del coraggio di Achille e della forza di Ercole, oltre che della intelligenza di Gauss.

Ed è inutile dire che «in alto loco» non si è fatto alcun tentativo per aiutare gli insegnanti a superare queste difficoltà; e qui è anche doveroso lamentare che quotidiani e settimanali possano, indisturbatamente ingiuriare l'intera categoria degli insegnanti.

Ho già fatto un cenno implicito alle due norme didattiche che G. POLYA considera fondamentali (sono riportate in *How to solve it*, traduzione italiana presso Feltrinelli, 1967, p. 173); a) Conoscere ciò che si deve insegnare. b) Conoscere qualcosa in più di ciò che si deve insegnare. Riferendo queste norme ai miei studenti, di salito io aggiungo un corollario: non insegnare tutto ciò che si sa; e un lemma: aver voglia di insegnare. Se riconosciamo la validità di questo lemma dobbiamo concludere che va fatto ogni sforzo per non fare passare la voglia di insegnare.

In particolare io auspicherei che persane e associazioni autorevoli (UMI, Mathesis, ecc.) prestassero maggior attenzione agli attacchi della stampa contro gli insegnanti e intervenissero, manifestando con fermezza il loro dissenso.

Questi attacchi sono diventati più insistenti e più «stonati» da quando, sono andati in vigore i decreti delegati e hanno, incominciato a funzionare i previsti organi collegiali; tanto per fare una citazione vorrei segnalare l'articolo di Giulia BORGESSE, comparso in prima pagina sul «Corriere della Sera» del 30 giugno scorso con il pittoresco titolo *Ha 9 fratelli? Allora lo boccio*. L'autrice, ostentando una documentazione che, al meno sprovveduto, si rivela niente affatto significativa, spara a zero contro vari insegnanti che, oltre a bocciare, contesterebbero i decreti delegati. Per dare una idea del tipo delle argomentazioni basterà citare: «i genitori hanno voluto vedere i voti sul registro e sono rimasti di sasso quando, per la matematica, hanno notato che a certe interrogazioni non corrispondeva nè un voto nè un giudizio, bensì semplicemente una X, proprio una X, come se non si trattasse di una alunna ma di una schedina del totocalcio».

Per la verità io sono persuaso che nessun insegnante abbia mai contestato il diritto-dovere del «macellaio» o del «metalmecanico» di metter bocca nei problemi della scuola dei loro figli, anche se posso ammettere che qualcuno, qualche volta, abbia bonariamente sorriso per certe ingenuità che spesso questi esprimono. Posso anche ammettere che qualcuno si sia irritato quando un genitore analfabeta ripeteva pappagallescamente le parolone dei contestatori o, più spesso, quando il genitore libero docente parlava con sufficienza di come si deve insegnare la geometria. Forse ha fatto male ad irritarsi, ma concediamogli le attenuanti della provocazione.

Chiedo scusa per questo mio sfogo, ma credo proprio di non essere uscito dal tema, infatti credo proprio che uno dei gravi problemi della didattica sia appunto quello di ottenere un po' di credito a chi, mal retribuito, continua a lavorare per la scuola. A questo alludevo quando prima parlavo di assistenza agli insegnanti.

## **6. - L'aggiornamento degli Insegnanti.**

Anche questo è un grosso problema la cui risoluzione va accuratamente studiata e ben programmata.

Tutti sono d'accordo sulla esigenza di un aggiornamento in qualsiasi professione, sia per il naturale disapprendimento (sconcerta leggere che il tasso di disapprendimento è almeno del 7 % annuo), sia per il progresso vertiginoso delle scienze e delle tecnologie, che propone, anche al matematico, nuovi capitoli o nuove esemplificazioni nell'insegnamento.

In attesa della precedentemente auspicata pianificazione, è necessario fare qualcosa. Anzitutto è necessario che i nostri insegnanti abbiano a disposizione libri che si occupino del loro insegnamento. a quindi considerata benemerita l'attività editoriale intrapresa da qualche anno dalla UMI, che ha curata la traduzione:

i) Di undici articoli, scritti da qualificati matematici stranieri e apparsi su autorevoli riviste: sono raccolti nel supplemento al Bollettino UMI dell'aprile 1970.

ii) Di una pregevolissima raccolta americana di articoli scritti da ventuno ben noti studiosi di matematica, con lo scopo di presentare ai non specialisti i più moderni campi della ricerca matematica (*Le scienze matematiche*, 1973, presso Zanichelli).

iii) Dei cinque volumi e relative guide per insegnante dello *School Mathematics Project*, O-Level (presso Zanichelli: i primi tre volumi sono usciti nel 1972, 1973; gli ultimi due volumi dovrebbero uscire quest'anno).

iv) Degli atti del secondo congresso internazionale sull'insegnamento della matematica, di Exeter (in corso di pubblicazione).

È altamente auspicabile che tutti i nostri insegnanti di matematica si possano giovare di questi libri per trarne spunti per il loro insegnamento e per trarne occasione di approfondire qualche capitolo della matematica.

Altre iniziative per l'aggiornamento degli insegnanti sono in atto da vari anni, mediante appositi corsi organizzati dal ministero, dai centri didattici, dalla Mathesis o da altri enti (OPPI, Centro U. Morin, enti locali, ecc.). È opinione diffusa che il rendimento della maggior parte di questi corsi sia stato piuttosto modesto. Si avverte qualche sintomo di ripresa nel fatto che il ministero (e forse anche gli organi regionali), per una nuova impostazione di questi corsi, abbia accettato la collaborazione della Mathesis e abbia richiesto la collaborazione del CNR.

Io sono alquanto pessimista sia perchè, come ormai ho più volte ripetuto, questi corsi vanno accuratamente programmati con una pianificazione a lunga scadenza in modo da interessare tutti i nostri insegnanti, sia perchè, purtroppo, la maggior parte degli insegnanti è troppo impegnata per trovare il tempo necessario per questo gravoso compito dell'aggiornamento.

Si deve infatti riconoscere che oggi l'insegnante è molto più impegnato di quanto lo fosse vent'anni fa. Anzitutto deve tenere a bada scolaresche più irrequiete, più svagate, più contestatrici. Inoltre gli organi collegiali, forse anche a causa del necessario rodaggio iniziale, assorbono troppo tempo e spesso sono causa di discussioni estenuanti e per nulla costruttive.

E va anche aggiunto che l'impegno degli insegnanti è oggi maggiore di quello richiesto nelle altre professioni (meglio retribuite). Sono ormai spariti i vantaggi, che una volta si citavano, del giorno libero settimanale, dell'orario unico, delle lunghe vacanze: infatti molte altre categorie godono ormai di questi stessi benefici. E si deve anche dire che molto spesso l'insegnante si porta a casa il lavoro, ciò che, per contratto, è vietato ad altri lavoratori.

Queste osservazioni sono importanti nell'affrontare il problema dell'aggiornamento degli insegnanti: sembra infatti quasi definitivamente tramontata la speranza di poter usufruire, per quest'aggiornamento, delle venti ore mensili previste dai decreti delegati, essendo queste ore completamente assorbite dai nuovi impegni.

## **7. - Che cosa si fa all'estero.**

Qualche anno fa, sotto l'auspicio dell'UNESCO, l'Associazione internazionale per la Valutazione dei risultati dell'Educazione ha effettuato una grande rilevazione comparativa internazionale dalla quale i nostri pubblicisti trassero giudizi scandalistici sulla situazione scolastica italiana che appariva disastrosa rispetto a quella degli altri Paesi. (Si veda, ad esempio, *Periodico di Matematiche*, dicembre 1973, *Fanalino di coda?*).

Io non credo che si debbano accettare, almeno per la matematica, le conclusioni dei nostri pubblicisti. Mi consta infatti che la rilevazione in Italia, anche se ha assorbito la notevole somma di 110 milioni di lire, è stata fatta «all'italiana» (un simpatico giovane racconta che in un liceo di una città di mare gli allievi dedicarono pochissimi minuti alla compilazione dei formulari, per avere poi la giornata libera per andare al mare: la pacchia è durata più di una settimana).

Inoltre io ho avuto occasione di fare molti esami a studenti stranieri e ne ho ricavato la convinzione che se i nostri allievi sanno poco, i loro coetanei di altri Paesi ne sanno ancor meno.

È vero invece che all'estero sono state prese moltissime iniziative (ovviamente non tutte ben riuscite) per rinnovare, nei contenuti e nelle metodologie, l'insegnamento della matematica, con un impegno, di persone e di denaro, di gran lunga superiore a quanto si è fatto in Italia.

Sarebbe di grande interesse fare una indagine sistematica delle iniziative sorte negli ultimi trent'anni: una tale indagine, che occuperebbe interi volumi, dovrebbe presentare tali iniziative in forma critica, sia rispetto alla loro validità intrinseca sia rispetto ad una loro adattabilità alla scuola italiana. Questo è uno dei primi compiti che dovrebbero porsi quei centri didattici universitari di cui ho parlato all'inizio. Forse l'UMI, o la Mathesis, o altro ente, potrebbe già avviare un lavoro di questo tipo.

Io dovrò limitarmi qui a dare qualche indicazione di carattere generale, rimandando, per ulteriori ragguagli, alle riviste specializzate che citerò in seguito.

Per quanto riguarda l'Europa occidentale, si suole far risalire l'inizio delle riforme al convegno organizzato dall'OECE a Royaumont (presso Parigi) nel 1959. L'organizzazione del convegno (Session d'étude) prevedeva che le discussioni si articolassero sui risultati di una inchiesta, ed era stato preparato un ampio questionario; ma la preparazione del questionario ha preso più tempo del previsto così che non se ne potè tener conto e l'elaborazione dei risultati della inchiesta fu fatta successivamente. Vale forse la pena di dire che il questionario fu preparato con grande cura ed intelligenza, ma che per rispondere con ugual cura ed intelligenza sarebbero occorsi mesi di studio. Certe risposte che furono date dall'Italia appaiono molto superficiali e fanno fortemente dubitare dell'attendibilità di tutte le conclusioni che se ne sono tratte.

È in questo convegno che J. DIEUDONNÉ ha pronunciato il suo famoso slogan «*Abbasso Euclide*»: rileggendo però oggi, dopo venticinque anni, la relazione del DIEUDONNÉ si trovano espresse molte idee sensate, molto più sensate di quelle professate da coloro che dicono di essersi ispirati a lui.

Ma non voglio scendere in particolari: dopo Royaumont, lo stesso OECE ha organizzato altri convegni a Dubrovnik (1960), ad Atene (1961) e a Bologna (1961). Si può far risalire a quest'ultimo convegno la creazione in Italia delle *classi pilota*.

Press'a poco nello stesso tempo (1961) si teneva a Southampton una *Mathematical Conference* che, nelle sue conclusioni, così si esprimeva: «Nel mondo sono avvenuti grandi cambiamenti, e la matematica ha ora una importanza insospettata venti anni fa. I sistemi didattici non hanno tenuto alcun conto di ciò e, in gran parte, sono deplorabilmente inadatti. Non solo vediamo un urgente bisogno di alcuni cambiamenti nei programmi, e di alcuni sostanziali, cambiamenti immediati di prospettiva, ma riteniamo che nel futuro il cambiamento sarà la situazione normale. Questa attività di trasformare e ritrasformare i programmi per stare alla pari con il progresso, e di produrre testi adeguati, sia per gli alunni sia per gli insegnanti, richiede, come responsabilità nazionale, un lavoro a pieno tempo da parte di un gruppo abbastanza numeroso di persone molto qualificate.»

Questo appello è stato raccolto dai fondatori dello *School Mathematics Project* e oggi, quindici anni dopo, dobbiamo riconoscere che il lavoro svolto è veramente esemplare. Dopo i primi esperimenti, condotti in classi effettive, raccolti in dispense ciclostilate, sono, stati stampati una cinquantina di volumi (il primo, Book T, complementare per chi aveva iniziato lo studio con programmi tradizionali, è uscito nel 1964). Il lavoro editoriale, condotto da una trentina di professori universitari e secondari, è stato affiancato da periodici incontri con insegnanti che sperimentavano il «progetto»: ogni anno 700-800 insegnanti hanno seguito corsi residenziali organizzati dallo stesso SMP. Collegato a questo «progetto» è l'interessantissimo libro, scritto nel 1962 da una ventina di membri della «Association of Teachers of Mathematics» sotto la guida di T. J. FLETCHER, dal titolo *Some Lessons in Mathematics*: esso viene riconosciuto come una introduzione, per l'insegnante, ai testi dello SMP (Cambridge University Press, 1965).

Ho già detto che l'UMI ha manifestato il suo interesse per lo SMP traducendo i volumi dell'O-level: questa traduzione ha incontrato un certo successo tra gli insegnanti italiani. Si dice anche che

vari editori stiano preparando un adattamento per le scuole italiane dello SMP e del progetto scozzese, che è più recente dello SMP, ma ha molte caratteristiche comuni.

Tra gli altri progetti stranieri va ricordato lo SSMCIS (*Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study*), sorto nel 1965, presso il Teachers College della Columbia University, al quale hanno collaborato circa quaranta professori (in gran parte universitari) di larga fama, di vari Paesi (oltre a matematici americani, troviamo matematici francesi, svizzeri, belgi, danesi, tedeschi, canadesi, ecc.). Uno dei risultati più importanti è la pubblicazione di un corso completo, in sei volumi, per ragazzi dagli undici ai diciassette anni, dal titolo *Unified Modern Mathematics*. Anche qui la preparazione dei testi è stata affiancata da esperimenti in classe e da corsi di aggiornamento per insegnanti. Questi testi hanno avuto una notevole diffusione, come testi scolastici, anche fuori degli USA.

Negli USA sono sorti, con dovizia di mezzi (compresa l'assistenza di computers), molti altri progetti sui quali non posso indugiare. Val però forse la pena di rettificare un luogo comune, secondo il quale la «rivoluzione» nell'insegnamento della matematica sia stata causata dalla messa in orbita del primo Sputnik sovietico: in realtà i matematici americani avevano già da vari anni dibattuto il problema della «rivoluzione» dell'insegnamento matematico, si veda in proposito *The Revolution in School Mathematics*, a Report of Regional Orientation Conferences in Mathematics, National Council of Teachers of Mathematics, 1961.

Non posso neppure accennare ai vari altri progetti (alcuni dei quali si ispirano ai precedenti) sorti in molti altri Paesi; un'autonomia degna di rilievo hanno il progetto sovietico e quello giapponese (*The reform of Education*, Ministry of Education, Japan).

Mi limiterò infine a citare una decina di riviste dalle quali si possono trarre informazioni sui progressi delle riforme nei vari paesi.

1. *Enseignement Mathématique*, Ginevra.
2. *Educational Studies in Mathematics*, Dortrecht.
3. *Elemente der Mathematik*, Basilea.
4. *Mathematik in der Schule*, Berlino est. (Riporta anche informazioni sulla situazione in URSS).
5. *Mathematics Teacher*, Whorting.
6. *Mathematics Teaching*, Nelson (Lancashire), England.
7. *Mathematical Gazette*, London.
8. *Praxis der Mathematik*, Köln.
9. *Euclides*, Groningen.
10. *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public*, Paris.
11. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Interscience.

E chiudo questi rapidissimi ragguagli segnalando che, dal 1969, si organizzano periodicamente congressi internazionali sull'insegnamento della matematica: il primo ha avuto luogo a Lione (1969), il secondo ad Exeter (1972), il terzo avrà luogo nel 1976 a Karlsruhe. In attesa che l'UMI pubblichi l'annunciata traduzione degli atti del congresso di Exeter, si può leggere la presentazione di questi atti fatta da B. DE FINETTI sul «*Periodico di Matematiche*» (dicembre 1973).

## 8. - Quale Matematica insegnare.

Non posso escludere dalla mia esposizione qualche cenno al problema dei contenuti e delle metodologie che oggi si richiedono nell'insegnamento della matematica.

Preliminare a questo problema sarebbe quello di trovare un accordo sul «Perchè insegnar Matematica?» (e voglio qui citare la relazione fatta da S. CIAMPA, con questo titolo, ad un convegno internazionale organizzato a Roma dall'UNITESA e dal CESMO: la relazione è pubblicata su «*L'insegnamento della Matematica*», gennaio-marzo 1973); e forse andrebbe anche affrontato il problema di trovare un accordo su *che cosa è la matematica*; ma respingo la tentazione di sconfinare in discussioni che filosofi e mistici sostengono da secoli.



Voglio solo far riferimento ad una ben nota polemica tra J. B. FOURIER e C. G. JACOBI. Alle lamentele del primo che rimproverava all'altro di non dedicare il suo talento alla teoria del calore, questi rispondeva: «il solo scopo della scienza è l'onore dell'intelletto umano e una questione di teoria dei numeri vale quanto una questione del sistema del Mondo». I commentatori sono divisi nel dar ragione all'uno o all'altro, ma tutti sono d'accordo nel ritenere che la matematica di FOURIER è altrettanto buona della matematica di JACOBI.

Vorrei quindi affermare che non è molto importante inserire nei nuovi programmi d'insegnamento della matematica un argomento piuttosto che un altro; è invece molto importante che un certo argomento sia svolto bene. E una condizione essenziale perchè un argomento sia svolto bene è che esso sia congeniale all'insegnante. Anche se pensassimo che, nella polemica citata, avesse ragione il FOURIER, dobbiamo lasciar spazio anche a coloro che la pensano come JACOBI. Pertanto i programmi dovrebbero dare soltanto indicazioni di carattere generale e dovrebbero esser tali da poter essere via via modificati con relativa facilità. In particolare si dovrebbero incoraggiare quegli insegnanti che volessero intercalare, allo svolgimento del programma, divagazioni su altri argomenti: tra queste io vedrei qualche riferimento alla matematica ricreativa.

Sarebbe invece auspicabile che i programmi fossero accompagnati da ampie indicazioni circa le motivazioni e circa gli scopi che si vogliono raggiungere con la trattazione di un certo argomento (così come è stato fatto, ad esempio, nei nuovi programmi giapponesi). Inoltre sarebbe altamente auspicabile che i nuovi programmi fossero prima sperimentati: i risultati della sperimentazione dovrebbero essere pubblicati (in edizioni sottratte al lucro commerciale) e largamente diffusi.

Volendo entrare un po' più nel merito, è appena necessario dire che dai vecchi programmi vanno eliminati certi rami secchi: le varie regole del tre, i problemi di ripartizione semplice e composta, il calcolo di espressioni complicate su frazioni e radicali, le formule di prostaferesi, il metodo di TARTINVILLE ed altre simili amenità. Ma anche qui non vorrei che facessimo troppo i «saccenti» con i nostri insegnanti: i più qualificati hanno ormai eliminato da un pezzo questi argomenti e molti altri attendono come liberazione una precisa norma che li autorizzi ad eliminarli. Ricordo che molti insegnanti si ritennero offesi dall'attacco di B. DE FINETTI nell'articolo *Come liberare l'Italia dal morbo della trinomite*<sup>1</sup>, perchè i difetti del metodo di TARTINVILLE erano arcinoti e, ormai, ben pochi continuavano ad adoperarlo (e se lo adoperavano era soltanto nel timore che fosse chiesto agli esami).

E non voglio entrare in particolari riguardo ai nuovi argomenti da introdurre nei programmi: certamente sarebbe molto utile che l'insegnamento della matematica fosse rivolto anche a quei capitoli che si sono sviluppati in tempi recenti e tenesse conto di quelle concezioni generali unitarie che sono diventate irrinunciabili.

D'accordo quindi per introdurre la «Matematica Moderna», purchè questa non si riduca ai diagrammi di Venn, pittorescamente colorati, e, soprattutto, non sia sinonimo di «Matematica alla moda».

Secondo il parere di molte persone qualificate, la cosa più importante, a livello di scuola secondaria, è che buona parte della matematica insegnata sia indirizzata alla risoluzione di problemi che stimolino la curiosità, che stuzzichino la inventiva, che possano essere risolti senza grandi apparati tecnici. Si dovrebbe arrivare a suscitare il gusto per la ricerca e per la scoperta, così da far acquistare confidenza sulle possibilità dell'allievo di arrivare a risolvere anche quegli altri problemi che, essendo presentati con apparati tecnici più complicati, sembrano del tutto inaccessibili ai non iniziati. Se riusciremo a suscitare il gusto per la risoluzione di problemi, contribuiremo per la nostra parte ad indicare che spesso il segreto di ogni vero successo è quello di dedicarsi anima e corpo all'impresa.

Se accettiamo questo parere, non possiamo non condividere alcune perplessità sull'insegnamento della cosiddetta «Matematica Moderna». Si vedano ad esempio gli articoli di A. Z. KRYGOWSKA e G. POLYA, tradotti dall'UMI e pubblicati nel citato supplemento del Bollettino UMI, aprile 1970). Infatti, dice la KRYGOWSKA, «La matematica elementare tradizionale dispone di una riserva molto ricca di problemi di differente grado di difficoltà, riserva che è il risultato dei lavori

---

<sup>1</sup> Periodico di Matematiche, ottobre 1965.

scientifici e pedagogici di parecchie decine di secoli. Questi problemi sono stati bene adattati al programma e allo spirito della matematica della scuola tradizionale. Il bando della geometria classica ... elimina ... la maggior parte di questi problemi ... Il vuoto così creato dalla rivoluzione odierna deve essere rimpiazzato da un sistema di base di nuovi problemi, di differente grado di difficoltà, accessibili all'allievo mediocre, aperti alla sua ricerca personale e armonizzati con il contenuto e lo spirito dei programmi moderni. La nozione stessa di «buon problema», buono tanto dal punto di vista scientifico e metodologico quanto dal punto di vista pedagogico, merita di essere chiarita. Tutte queste questioni dovrebbero essere largamente e completamente discusse».

Mi sia consentito di citare come controesempio un tipo di problema che ricorre spesso in esercizi di «Matematica Moderna»: sia  $E$  (anche l'uso della lettera  $E$ , invece della  $I$ , merita di essere segnalato) l'insieme dei numeri - o delle matrici, o di qualcos'altro di un certo tipo. Siano  $\oplus$ ,  $\otimes$  due operazioni binarie definite nel seguente (cervellotico) modo ... Verificare che queste due operazioni sono leggi di composizione interna che strutturano  $E$  ad anello o a campo.

Certamente si tratta di una utile esercitazione per far ben comprendere certe definizioni, ma a mio parere è una noiosa esercitazione di routine che non serve certamente a suscitare negli allievi il gusto per la ricerca o per la scoperta. Se non sappiamo proporre problemi migliori di questo è meglio ritornare a quei problemi in cui si deve riconoscere che due triangoli sono uguali o si deve saper scegliere opportunamente alcuni numeri in modo da ottenere un quadrato magico.

## 9. - I sussidi didattici.

Anche su questo argomento occorrerebbe parlare molto a lungo. Oggi disponiamo di una grande quantità di sussidi per il nostro insegnamento: si può addirittura parlare di un boom industriale, su scala mondiale, per la produzione di materiale didattico. Basterà qui citare le varie fiere europee *Didacta* che si tengono ogni due anni in importanti città europee.

I grandi interessi commerciali sottostanti hanno fatto aumentare le offerte, così che è diventato estremamente difficile scegliere; e troppo spesso accade che si finisca per acquistare del materiale che non si riesce ad utilizzare. Anche in questo campo sarebbe auspicabile una seria preparazione e una adeguata sperimentazione, che non può essere fatta a livello locale. In attesa che anche questo problema sia affrontato su scala nazionale, io vorrei soltanto richiamare l'attenzione sul fatto che è molto efficace costruirsi da soli, o meglio con l'aiuto degli allievi, alcuni sussidi didattici. E vorrei citare ancora una volta i testi dello *School Mathematics Project*, dove si danno molti consigli su queste costruzioni a partire da materiali facilmente disponibili (assicelle, sbarre di «Meccano», fogli di acetato, cannucce da bibita, laminati di plastica e, perfino, carta igienica).

Peraltro, anche in questo campo, è oggi disponibile una vasta letteratura: voglio solo citare il libro di H. M. CUNDY e A. P. ROLLET, *Mathematical Models*, pubblicato recentemente (1974) in italiano da Feltrinelli.

## 10. - Osservazioni finali.

Le rapide considerazioni fin qui svolte mettono in luce la gravità dei problemi della didattica della matematica, problemi che vanno affrontati con radicali riforme e con ingenti mezzi.

È compito del legislatore avviare queste riforme e stanziare fondi adeguati, ma è compito di tutti noi esigere che le riforme siano fatte da competenti. A mio avviso questi competenti vanno preparati in centri scientifici universitari e, sempre a mio avviso, il problema primario dovrebbe essere quello degli insegnanti (preparazione, reclutamento, assistenza e aggiornamento). Certamente è anche importante il problema di approntare nuovi programmi e di sperimentare nuove metodologie, ma queste sperimentazioni andranno fatte da persone qualificate.