

## • LA GUIDA

13 SULLA METODOLOGIA MATEMATICA <sup>1</sup>

[...] *cercare di capire e di intendersi,*  
 [...] *anche e soprattutto con riguardo*  
*alla mentalità, alle tendenze, ai metodi*  
*che ispirano le varie scienze; [...].* <sup>2</sup>

CARLO FELICE MANARA <sup>3</sup>

## 13 SULLA METODOLOGIA MATEMATICA

↙	↓	↘
13.1 RAGIONARE MATEMATICAMENTE, MATEMATIZZARE, RISOLVERE, DIMOSTRARE	13.2 ELEMENTI DI METODOLOGIA MATEMATICA	13.3 TEORIE MATEMATICHE E TEORIE SULLA MATEMATICA
↓	↓	↓
.1 metodologia, ragionamento, mentalità	.1 livelli di trattazione	.1 trattazioni matematiche
.2 evoluzione storica ed esperienze personali	.2 criteri, strumenti, attività	.2 sistemazioni di settori della Matematica
.3 cenno su “umorismo e Matematica”	.3 matematizzazione e de/matematizzazione, linguaggio e e simboli	.3 teorie sulla Matematica
	.4 sul vocabolario matematico	.4 consapevolezza e scelte
#1/1 &A2-2	#2/1-2/7	#3/1-3/5

<sup>1</sup> Uso *metodologia* nel senso di *dottrina che studia le tecniche della sistemazione e dello sviluppo delle conoscenze nell'ambito di una certa materia* (da *Disc – Dizionario Italiano Sabatini Coletti*, Firenze, Giunti, 1997).

Su *metodo*, *metodologia*, *metodica* rimando a dizionari della lingua italiana.

<sup>2</sup> Su *scienze* rimando a dizionari della lingua italiana.

<sup>3</sup> *Metodi della scienza dal Rinascimento ad oggi*, Milano, Vita e Pensiero, 1975 (pag. 9).

CARLO FELICE MANARA è già stato citato in *MIFP-1*: cfr. &D4.

### 13.1 RAGIONARE MATEMATICAMENTE, MATEMATIZZARE, RISOLVERE, DIMOSTRARE

13.1.1.1.1 In relazione alle caratteristiche di  
guida alle conoscenze matematiche  
scelte per *MIFP-2* (cfr. § 10.1.2.1), interessa, innanzitutto, invitare a riflettere sulla

metodologia matematica,  
intendendo metodologia nel senso proposto nella nota 1 della pagina precedente e tenendo ben presente quanto presentato in *MIFP-1* a proposito di statuto epistemologico (ovviamente a livello di trattazioni sistematiche).

13.1.1.1.2.1 Come riferimenti sulla metodologia matematica vengono proposti:

- matematizzare (al quale va collegato de/matematizzare),
- risolvere,
- dimostrare.

13.1.1.1.2.2 Invito a rileggere la citazione di #8.3/1–233.  
→ #8.3/1–233 Dal *progetto Brocca*

13.1.1.1.2.3 Vengono proposti, anche, spunti relativi a:

- ragionamento matematico,
- mentalità matematica.

13.1.1.1.3.1 Il matematizzare verrà considerato in § 13.2.3: per ora, bastano le conoscenze di scuola secondaria.

13.1.1.1.3.2 Il risolvere verrà considerato in § 17: per ora, bastano le conoscenze di scuola secondaria.

13.1.1.1.3.3 Il dimostrare verrà considerato in § 14.2.6: per ora, bastano le conoscenze di scuola secondaria.

13.1.1.1.3.4 Sul ragionamento matematico, inteso come procedimento investigativo e argomentativo caratteristico della Matematica, per ora, bastano le conoscenze di scuola secondaria.

13.1.1.1.3.5 Con mentalità matematica si indicano i modi particolari di concepire, intendere, sentire, valutare le cose secondo riferimenti dati dalla Matematica.

13.1.1.1.4.1 È opportuno dire subito che la Matematica è una realtà molto ricca e complessa, per la quale non è possibile una visione unica, come è reso evidente dalla sua storia e, in particolare, dalla varietà di teorie su di essa (cfr. § 13.3): pare, però, lecito ritenere che gran parte delle differenze si possano guardare sostanzialmente come “variazioni sul tema”, relative a quelle che, con le indicazioni di CARLO FELICE MANARA nella citazione di pag. 501, si possono indicare come **mentalità**, **tendenze**, **metodi**, che ispirano la Matematica e che sono individuabili nell’attività di coloro che hanno fatto o fanno la Matematica nel suo divenire <sup>1</sup>.

13.1.1.1.4.2 È opportuno dire subito, anche, che le particolarità possono essere considerate da diversi punti di vista e a diversi livelli, in relazione ai motivi e alle occasioni di attenzione alla Matematica: dovrebbe risultare del tutto ovvio che chi vuole fare il ricercatore in Matematica può ragionevolmente avere esigenze di conoscenze e di riflessioni diverse da chi vuole soltanto avere un’idea della Matematica.

13.1.1.1.4.3 Per i destinatari di *MIFP-1*, senza preoccupazione di approfondimento sistematico generale <sup>2</sup>, pare significativo un livello relativo alle esigenze di consapevolezza culturale e pedagogico–didattica di un insegnante, che deve aver ben chiara la sua idea di Matematica, in relazione alla quale considerare quello che dovrà o potrà insegnare.

13.1.1.1.4.4 In particolare, interessa cercare di guidare a dare un senso alle locuzioni “metodologia matematica” e “ragionamento matematico”, anche in relazione al “fare Matematica” in attività di ogni giorno e al “fare Matematica” a scuola.

---

<sup>1</sup> Una analisi sistematica di dette “variazioni” esula dagli obiettivi di *MIFP-2*.

<sup>2</sup> Chi vorrà ampliare le conoscenze e le occasioni, anche con testi specialistici, potrà trovare facilmente libri e articoli utili e stimolanti, non soltanto in relazione a spunti e segnalazioni di *MIFP-2*, ma anche alle indicazioni sulla Matematica della “tabella C” del *DM 25 maggio 2000* (considerate in § 7), riproposte con piccoli cambiamenti nel *DM 11 maggio 2001* (cfr. § 10.1.4.2 e § 11.2.1.1.7).

13.1.1.2.1.1 Sul **ragionare matematicamente** alcune indicazioni sono state date in *MIFP-1* a proposito dei simboli come traduzioni (e non soltanto come abbreviazioni), sulle quali operare con le opportune regole, anche per rendere esplicite indicazioni implicite nella matematizzazione operata.

13.1.1.2.1.2 Ovviamente, va tenuto presente che il ragionare matematicamente riguarda non soltanto i simboli.

13.1.1.2.2.1 Chiaramente, il **ragionare matematicamente** ripropone la questione degli **oggetti di studio** della Matematica, sia dal punto di vista delle riflessioni critiche proposte a proposito dello **statuto epistemologico** e sia per quanto riguarda le **applicazioni** a situazioni operative (cfr. § 4.3).

13.1.1.2.2.2 Per i singoli **oggetti** del risolvere e del dimostrare, che qui hanno specifico interesse, rimando ai singoli nuclei, invitando a tenere ben presente l'itinerario di acquisizione della simbolizzazione e dell'operare sui simboli.

13.1.1.2.2.3 Detto itinerario è esemplificabile con il passaggio dal contare sulle dita, al rappresentare con numeri, all'operare sulle simbolizzazioni, alle riflessioni che portano all'assiomatizzazione dei numeri naturali, oppure dagli oggetti, ai concetti geometrici corrispondenti, allo studio delle figure (in sé e nelle corrispondenze per trasformazioni), alle assiomatizzazioni <sup>3</sup>.

13.1.1.2.3 Sul fatto che il **ragionare matematicamente** non sia esclusivo della Matematica non pare necessario soffermarsi: basta invitare a riflettere su quanto può essere fatto con altre discipline e su quanto può essere fatto in Matematica anche come servizio ad altre discipline e a capacità di interesse generale.

---

<sup>3</sup> Ovviamente, il collegamento tra aspetti esperenziali e oggetti di studio ha fondamentale importanza a livello di approccio e di motivazione, anche come prima caratterizzazione facilmente individuabile del “fare Matematica”: ma è importante avere ben chiaro che per cogliere le caratteristiche della Matematica occorre cogliere qualcosa in più dei collegamenti o delle occasioni di vita quotidiana.

Va tenuto presente, anche, che non basta parlare di oggetti di studio della Matematica per fare discorsi matematici: ciò che conta è il tipo di discorso e non l'argomento, ed è opportuno evitare equivoci in proposito.

13.1.1.2.4 Ovviamente, va tenuto presente che la Matematica non è soltanto razionalità, ma anche intuizione, fantasia e creatività, pur potendo svolgere un ruolo importantissimo nell'educazione alla razionalità e a comportamenti razionali.

13.1.1.2.5 Non pare necessario soffermarsi sul ruolo che la scuola deve avere nel far comprendere l'importanza e i meccanismi dell'astrazione e del ragionare matematicamente e delle altre specificità della Matematica, ovviamente in relazione alle possibilità di comprensione da parte degli studenti.

13.1.1.3.1 Accanto a “metodologia matematica” e “ragionamento matematico”, è opportuno considerare la

**mentalità matematica**

tenendo ben presente che riguarda non soltanto chi si dedica alla ricerca matematica, ma anche chi deve studiare Matematica a scuola.

13.1.1.3.2 L'intreccio tra scelta di fare ricerca sulla Matematica, oggetti di studio, metodi, mentalità ha aspetti affascinanti, ma non è questa la sede per occuparsene <sup>4</sup>.

13.1.1.3.3 Hanno, invece, particolare interesse, qui, aspetti relativi alla mentalità matematica per quello che lo studio della Matematica può dare agli alunni nell'ambito delle possibilità di ruolo formativo di questa disciplina, già indicate in *MIFP-1*.

Queste possibilità vanno considerate sia a livello generale della Matematica e sia in relazione a singoli argomenti: per ora basta invitare a prestare attenzione a quanto indicato su *risolvere*, *dimostrare*, *ragionare matematicamente* e a riflettere sulle possibilità di diverse valutazioni di valore, collegabili, anche, a forme di rifiuto o di avversione per la Matematica (cfr. § 2.3.4).

<sup>4</sup> L'approfondimento dell'argomento richiede conoscenze, che vanno al di là degli obiettivi di *MIFP-2*, in particolare sui tipi di matematici e sulle particolarità di mentalità prevalenti in particolari settori: segnalo *La psicologia dell'invenzione in campo matematico* di JACQUES SALOMON HADAMARD (Milano, Cortina, 1993), edizione italiana di *The psychology of invention in the mathematical field* (Princeton University Press, 1945 e Dover Publications, Inc., 1954), e i brani di questo testo e di HENRI POINCARÉ riportati in *Momenti del pensiero matematico* (di CARLO FELICE MANARA e GABRIELE LUCCHINI, Milano, Mursia, 1976). Sull'importanza della mentalità dei ricercatori per lo sviluppo della Matematica non pare necessario soffermarsi.

13.1.2.1 Le indicazioni di § 13.1.1 e § 13.1.2 possono essere viste anche in relazione ai rapporti tra  
evoluzione storica ed esperienze personali,  
rapporti che dovrebbero essere oggetto di accurate riflessioni individuali, non soltanto in vista dell'insegnamento.

13.1.2.2 Sulla significatività e sull'importanza dell'evoluzione storica della Matematica non pare il caso di tornare dopo le indicazioni proposte in *MIFP-1* sia con la tabella di VINICIO VILLANI e sia con indicazioni sulla simbolizzazione e sullo statuto epistemologico.

13.1.2.3 Interessa, invece, richiamare l'attenzione sul fatto che detta evoluzione è abitualmente estranea alle esperienze personali al di fuori di occasioni scolastiche, che pare di poter dire non frequenti, benché contenga aspetti significativi per comprendere e per interpretare situazioni della vita di ogni giorno <sup>5</sup>, oltre che per riflettere su aspetti formativi e culturali della Matematica.

13.1.2.4 Ovviamente, va tenuta ben presente la distinzione, più volte segnalata, tra quello che riguarda la consapevolezza dell'insegnante e quello che può essere portato agli alunni ai singoli livelli scolastici.

13.1.2.5 Indicazioni in proposito verranno proposte per singoli argomenti, anche per quanto riguarda stimoli alla riflessione suggeriti dall'evoluzione storica o dalle esperienze personali.

13.1.2.6 Ovviamente, vanno considerate, anche, le esigenze e le possibilità determinate da nuove situazioni, come l'introduzione dell'euro o il grande aumento di attenzione alle vicende finanziarie, con possibilità di esperienze personali e di ripercussioni sull'idea personale di Matematica.

13.1.2.7 Sul ruolo della scuola nell'aiutare a comprendere e a gestire queste situazioni non pare necessario soffermarsi.

---

<sup>5</sup> Cfr. *MIFP-1*.

13.1.3.1 Un modo per cogliere aspetti della Matematica e della riconoscibilità di atteggiamenti particolari dei matematici è quello di considerare l'esistenza di un

umorismo sulla Matematica,  
accanto al quale può essere tenuto presente un  
umorismo con la Matematica <sup>6</sup>:

spesso storielle, vignette, battute sono di non facilissima comprensione (e, a volte, richiedono conoscenze specifiche, di fatto limitate a pochi specialisti), ma ci sono, anche, spunti ben comprensibili e molto significativi, in piccola parte documentati in *MIFP-1* <sup>7</sup>.

13.1.3.2 Pare opportuno ricordare che nel *DM 25 maggio 2000* e nel *DM 11 maggio 2001* (cfr. § 10.1.3.2 e nota 2 di § 13.1.1.4) sono esplicitamente indicate, anche se non per la Matematica, le “vignette umoristiche” (cfr. § 12.5.3, n. 081).

13.1.3.3 Su “Matematica e umorismo” si possono trovare libri, articoli o selezioni in riviste, pagine in siti *web*.

Una raccolta di dati in proposito esula dagli obiettivi di *MIFP-2*: per ricerche in proposito segnalo <sup>8</sup>

MathSciNet e MathDI,  
oltre ai siti *web* reperibili con i soliti motori di ricerca.

13.1.3.4 In #13.1/1–508 sono riportati due esempi, anche per proporre l'interessante filone delle storielle, che mettono a confronto tratti tipici della mentalità di (una parte almeno degli) studiosi delle varie discipline e che interessano innanzitutto come fatto, indipendentemente da particolari indicazioni specifiche <sup>9</sup>.

→ #13.1/1–508 Due esempi sull'umorismo

13.1.3.5 Alcuni spunti su “Matematica e umorismo” sono raccolti in &A2-2.

→ &A2-2 Spunti su Matematica e umorismo

<sup>6</sup> Come esempio segnalo il testo di GIOVANNINO GUARESCHI in *MIFP-1*.

<sup>7</sup> Cfr., in particolare, pag. 35, 52, 121 e ivi indicate, 175, 299, 308.

<sup>8</sup> Un comodo accesso è da SINM all'indirizzo <http://siba2.unile.it/sinm/>

<sup>9</sup> Per altri esempi rimando alle fonti citate in #13.1/1-508 e a riviste matematiche e altri siti *web*.

## #13.1/1 Due esempi sull'umorismo

- 1) Da *Il riso di Talete* di GABRIELE LOLLI  
(Torino, Bollati-Boringhieri, 1998, pag. 12) <sup>1</sup>

Una prova attitudinale rivolta a un fisico e a un matematico chiede la sequenza di azioni necessarie per far bollire una pentola d'acqua, in una cucina in cui c'è una pentola vuota, un rubinetto, un fornello a gas, fiammiferi. Entrambi rispondono con l'ovvia sequenza: "Riempio la pentola d'acqua, la metto sul fornello, accendo il fuoco". Segue una nuova prova, in cui le condizioni sono le stesse, salvo che ora la pentola è piena d'acqua. Il fisico risponde: "Metto la pentola sul fornello e accendo il fuoco". Il matematico invece inizia dicendo: "Butto via l'acqua dalla pentola", ma poi si ferma. Perché? "Perché così mi riconduco alle condizioni iniziali di un problema che conosco come risolvibile".

- 2) Dal sito web <http://www.geocities.com> (*mathematicians*)

**You Might Be a Mathematician if ...**

- you are fascinated by the equation  $e^{i\pi} + 1 = 0$ .
- you know by heart the first fifty digits of  $\pi$ .
- you have tried to prove Fermat's Last Theorem.
- you know ten ways to prove Pythagoras' Theorem.
- your telephone number is the sum of two prime numbers.
- you have calculated that the World Series actually diverges.
- you are sure that differential equations are a very useful tool.
- you comment to your wife that her straight hair is nice and parallel.
- when you say to a car dealer: "I'll take the red car or the blue one" you must add "but not both of them."

<sup>1</sup> Testo citato in *MIFP-1* per il quesito Q12 (pag. 50).

Si noti che il ricondursi a un problema precedente è un comportamento studiato dalla *Psicologia sperimentale* (cfr. § 17.2.4).



## 13.2 ELEMENTI DI METODOLOGIA MATEMATICA

13.2.1.1.1 Come già accennato in § 13.1, le considerazioni sulla metodologia matematica possono essere sviluppate per diversi tipi di destinatari;

conseguentemente sono possibili vari livelli di approfondimento (ricercatori matematici, insegnanti, cultori, studenti) e diverse occasioni di trattazione (corsi, trattati, articoli).

13.2.1.1.2 Qui (cfr. § 13.1.1.4), interessa dare alcuni stimoli a insegnanti della formazione primaria

in preparazione o in servizio (ovviamente, utilizzabili anche da altri), in vista sia delle loro conoscenze, sia delle loro trattazioni per gli alunni (anche se non verranno considerate questioni di didassi).

13.2.1.2.1 Non va, però, dimenticata l'importanza, che hanno l'attività e le riflessioni critiche dei matematici, che sono quelle che hanno determinato e che determinano lo sviluppo e le caratteristiche della Matematica.

13.2.1.2.2 A questo proposito invito a riconsiderare la citazione di GODFREY HAROLD HARDY inserita in #5.2/1–168, anche in relazione a quanto accennato in § 13.2.1.2.1

→ #5.2/1–168: citazione di GODFREY HAROLD HARDY

13.2.1.2.3 È opportuno tenere presenti problemi legati ai livelli di specializzazione, che richiamo con una citazione di VINICIO VILLANI dal testo proposto in § 4.2.2.1 (pag. 1) <sup>1</sup>:

“Ebbene, si può dire

– sia pure con le dovute eccezioni –

che in genere un matematico

impegnato nella ricerca attiva

effettua indagini originali solo in alcuni sottosettori

di un unico settore,

[...]”.

---

<sup>1</sup> Grazie all'autorizzazione di VINICIO VILLANI il testo è inserito in [www-gl](http://www-gl).

13.2.1.3.1 Non soltanto in relazione alla citazione di GODFREY HAROLD HARDY richiamata in § 13.1.2.2,2, è opportuno tenere presente che le trattazioni specialistiche hanno, spesso, bisogno di

mediazioni divulgative

per poter essere proposte ai non specialisti: ovviamente, le valutazioni sulle mediazioni e sull'importanza dei mediatori possono essere diverse.

13.2.1.3.2 Sul ruolo della scuola e degli insegnanti in dette mediazioni non pare il caso di soffermarsi.

13.2.1.3.3 Chiaramente, la divulgazione deve fare i conti con i problemi del linguaggio matematico,

considerati in *MIFP-1*, anche in relazione ai destinatari.

13.2.1.4.1 In particolare, è interessante considerare il problema delle “*introduzioni piuttosto intuitive*” e delle “*definizioni formali*”.

13.2.1.4.2 Il problema è proposto in #13.2/1-527 con due citazioni da *Matematica zero – trenta definizioni alla base del linguaggio matematico* (Roma, Aracne, 1994, 56 pagine), a cura del Consiglio di Corso di Laurea in Matematica della Università di Tor Vergata (Roma)<sup>2</sup>.

→ #13.2/1-527 Citazioni da *Matematica zero*

13.2.1.4.3 Anche in relazione a quanto visto su DAVID HILBERT in *MIFP-1* (cfr. &D4), sulla questione delle trattazioni intuitive segnalato, in particolare, il testo *Geometria intuitiva* di DAVID HILBERT e STEFAN-COHN VOSSEN<sup>3</sup>, trascrivendo in #13.2/2-528 l'indice e un passo della prefazione dell'edizione italiana.

→ #13.2/2-528 Da *Geometria intuitiva*

<sup>2</sup> *Matematica zero* viene distribuito gratuitamente alle matricole del Corso di Laurea in Matematica dell'Università degli Studi di Milano.

Raccomando a chi volesse leggere il testo di fare attenzione alla presenza di alcune distrazioni.

<sup>3</sup> Torino, Boringhieri, 1972; ed. or.: *Anschauliche Geometrie*, Berlin, Springer, 1932; ed. U.S.A.: *Geometry and the imagination*, New York, Chelsea, 1952.

13.2.1.5.1 Gli insegnanti della formazione primaria hanno particolari responsabilità di mediazione (non artificiosa o forzata) tra esperienze della vita quotidiana e sistemazioni per trattazioni nella scuola, rivolte, anche, alla preparazione a studi successivi.

13.2.1.5.2 Detti insegnanti devono, quindi, essere consapevoli della necessità di acquisire una conoscenza della Matematica adeguata non soltanto a possedere e trasmettere elementi di Matematica per capire e per gestire la realtà, ma anche per preparare a studi successivi, sia dal punto di vista delle conoscenze e sia dal punto di vista della mentalità.

13.2.1.5.3 Si ritorna, chiaramente, alla questione degli aspetti operativi, formativi, culturali (cfr. § 13.1.1.1): occorre essere consapevoli non soltanto di quanto si può chiamare

**Matematica per tutti,**

ma anche di quanto si può ritenere di avvio o di sostegno, anche implicito, per studi successivi, indipendentemente dagli obiettivi operativi, formativi, culturali immediati <sup>4</sup>.

13.2.1.5.4 Un orientamento in tal senso verrà proposto in relazione ai singoli nuclei, nei quali è stato strutturato *MIFP-2* (cfr. § 11.2.2.2.7), tenendo presente l'esistenza di esperienze diverse e di esigenze diverse di padronanza operativa di tipo esecutivo e di padronanza ideativa di tipo creativo.

---

<sup>4</sup> Ovviamente, il problema si accentua a livelli scolastici successivi, in particolare per esigenze di preparazione a professioni.

13.2.2.1.1 Tra le indicazioni, che interessa dare su  
 criteri, strumenti e attività della Matematica,  
 la prima è quella che riguarda l'opportunità di distinguere tra le  
 riflessioni che riguardano  
 caratteristiche della Matematica in sé  
 e quelle che riguardano  
 applicazioni o utilizzazioni della Matematica,  
 secondo quanto indicato in § 4.3, anche se non pare il caso di ritornare  
 sulle considerazioni già fatte e sulle implicazioni già evidenziate per  
 gli insegnanti della formazione primaria.

13.2.2.1.2 In particolare, sono lasciate al lettore le riflessioni ricapi-  
 tolativie sui rapporti tra Matematica e realtà e tra esperienze e trat-  
 tazioni scolastiche, anche come guida ai rapporti con la Matematica.

13.2.2.2.1.1 Per applicazioni o utilizzazioni della Matematica, che abi-  
 tualmente costituiscono il primo incontro con la Matematica, il  
 criterio fondamentale

può essere indicato nel

risolvere e porsi problemi,

intesi non soltanto come quesiti ai quali rispondere, ma anche come  
 situazioni da gestire: poiché si tratta di uno dei nuclei della strut-  
 turazione indicata in § 11.2.2.2.7, la trattazione verrà sviluppata in  
 seguito (§ 17).

13.2.2.2.1.2 Per l'elenco dei nuclei proposti prima di “risolvere e porsi  
 problemi” rimando all'indice generale.

13.2.2.2.1.3 Per approfondimenti su argomenti di nuclei contenutisti-  
 ci, rimando alla relativa trattazione (anche della scuola secondaria).

13.2.2.2.2.1 Per le caratteristiche della Matematica in sé, il  
 criterio fondamentale

può essere indicato nel

dimostrare,

che sarà oggetto di trattazione in § 14.

13.2.2.2.2.2 Per approfondimenti su argomenti di nuclei contenutisti-  
 ci, rimando alla relativa trattazione (anche della scuola secondaria).

13.2.2.2.3.1 Ovviamente, sia nel risolvere e porsi problemi e sia nel  
 dimostrare si tratta di

ragionare, anche, matematicamente.

13.2.2.2.3.2 Sul ragionamento matematico cfr. § 13.2.1.

13.2.2.3.1 Sul secondo degli oggetti di indicazioni § 13.2.2.1.1, gli **strumenti matematici**,

che verranno considerati in relazione ai singoli nuclei, interessa osservare, qui:

- l’ovvia necessità di conoscere quelli che si tratta di utilizzare;
- l’opportunità di distinguere tra **strumenti concettuali** e **macchine**;
- l’importanza della consapevolezza sulle implicazioni della scelta di strumenti.

13.2.2.3.2.1 Su queste implicazioni è opportuno distinguere tra quelle di interesse generale e quelle legate alla scelta di singoli strumenti di matematizzazione (cfr. § 13.2.3).

13.2.2.3.2.2 Si considerino, come esempi, la scelta di **riga e compasso**, collegata alle scelte di **Euclide** per i suoi **postulati** <sup>5</sup>, e l’adozione di metodi della **Geometria analitica**.

13.2.2.3.2.3 Si rifletta sulla necessità di consapevolezza su queste questioni, anche rispetto all’insegnamento.

13.2.2.4.1 Sul terzo degli oggetti di indicazioni § 13.2.2.1.1, le **attività matematiche**,

che verranno considerate in relazione ai singoli nuclei, interessa ribadire quanto è evidenziato dalla scelta (presentata in § 11.2.2.2.7) di adottare la distinzione in **nuclei trasversali** e **nuclei tematici** introdotta dal *DOC 2001-02-28*

13.2.2.4.2.1 Qui è opportuno indicare la distinzione tra **studiare, fare, insegnare**.

13.2.2.4.2.2 Come si è già detto (cfr., in particolare, § 10.3.3.2), le **attività didattiche** esulano dagli obiettivi di *MEPVS-2* (e di *MIFP-2*) in quanto argomenti di altro insegnamento del **CLSFP** dell’**UCSC-MI**.

13.2.2.4.3 La scelta del livello di approfondimento e del tipo di padronanza dei singoli argomenti è lasciata al lettore, che viene invitato a considerare

**sapere, saper fare, riflettere.**

---

<sup>5</sup> Si tenga presente che, nell’impostazione euclidea, la **riga** è non graduata e che il **compasso** è utilizzabile soltanto per tracciare cerchi.

13.2.3.1 Particolare interesse hanno, qui, considerazioni generali su **matematizzare** e **de/matematizzare** <sup>6</sup>, tenendo presenti le possibilità di trattazioni settoriali per temi e di considerazioni su aspetti **trasversali** ai temi (come certi argomenti dell'Algebra classica).

13.2.3.2.1 **Matematizzare**, che si trova in programmi di insegnamento e in vocabolari, è inteso come complesso delle attività, che, a partire dall'osservazione e dall'esplorazione della realtà, portano alla **trattazione** matematica e alla discussione, secondo indicazioni del tipo di quelle reperibili nell'allegato indicato in § 13.2.3.2.3.

13.2.3.2.2 In #13.2/3–529 sono riportate citazioni di **BENEDETTO CROCE** sul **matematizzare**: si tenga presente che questo filosofo non viene considerato un estimatore della Matematica.

→ #13.2/3–529 Citazioni di **BENEDETTO CROCE**

13.2.3.2.3 In #13.2/4–530 è riportato l'estratto (reimpaginato) su **matematizzazione** e **de/matematizzazione** messo a disposizione degli studenti di **MEPVS-2** nell'a.a. 2000–2001.

→ #13.2/4–530 Estratto su **matematizzazione** e **de/matematizzazione**

13.2.3.3.1 **De/matematizzare**, che (indipendentemnete da /) non è stato reperito né in programmi di insegnamento né in vocabolari, è inteso come complesso delle attività, che consentono di capire **trattazioni** o **enunciazioni** in termini matematici <sup>7</sup>.

13.2.3.3.2 Sulla **de/matematizzazione** rimando all'estratto indicato in § 13.2.3.2.3.

13.2.3.4.1 Sul ruolo di **linguaggio** e **simboli** nella **matematizzazione** si possono utilizzare le considerazioni di **MIFP-1**.

13.2.3.4.2 Sulla **de/matematizzazione** di **linguaggio** e **simboli** si rimanda alle considerazioni sui nuclei.

13.2.3.5 Sull'importanza della formazione alla **matematizzazione** e alla **de/matematizzazione** non pare necessario soffermarsi, qui.

<sup>6</sup> La scrittura con la / è rivolta a evidenziare il passaggio dalla formulazione matematica all'interpretazione.

<sup>7</sup> In programmi sono reperibili indicazioni su attività di **de/matematizzazione**.

13.2.4.1.1 Come accennato in § 11.2.2.4.1, in *MIFP-2* e in *MEPVS-2* viene attribuita particolare importanza a questioni della  
terminologia:

sono, quindi, opportune alcune indicazioni generali, anche come invito alla riflessione su conoscenza e padronanza dei termini <sup>8</sup>.

13.2.4.1.2.1 La prima indicazione riguarda l'importanza di considerazioni, già accennate in *MIFP-1* e in *MEPVS-1*, relative alla  
consistenza del vocabolario,

sia per la terminologia propriamente matematica e sia per la terminologia di servizio per la Matematica, intesa come termini del linguaggio comune o di altre discipline richiesti o proposti per la trattazione matematica <sup>9</sup>.

13.2.4.1.2.2 Accanto alla distinzione di § 13.2.4.1.2.1 è opportuno tenere presente quella (ripresa in § 13.2.4.3.7) tra  
terminologia per gli insegnanti e terminologia per gli alunni.

13.2.4.1.3 La seconda indicazione riguarda l'opportunità di  
classificazioni dei termini:  
in *MIFP-2* sono proposte quelle segnalate in §13.2.4.3.3–13.2.4.3.9.

13.2.4.1.4.1 La terza indicazione riguarda l'utilità di  
strumenti informatici  
per l'analisi di testi e della terminologia.

13.2.4.1.4.2 Per le analisi proposte in *MIFP-2* sono stati utilizzati i seguenti programmi per *personal computer*:

- *YP.EXE* di ALBERTO MARINI dello IAMI del CNR di Milano <sup>10</sup>;
- *LC-CC.EXE*, *LC-CS.EXE* di LAURA CITRINI CARIBONI della Università degli Studi di Milano <sup>11</sup>.

13.2.4.1.4.3 Nelle analisi con i predetti programmi EXE hanno un ruolo fondamentale le

**b-stringhe,**

intese come sequenze di caratteri identificabili automaticamente dall'elaboratore elettronico in base al riconoscimento di spazi e di caratteri separatori o da ignorare, eventualmente dopo controlli.

<sup>8</sup> Userò *termine* come indicazione generica, *lemma* come riferimento alla lemmazione da dizionario, *locuzione* nel senso abituale.

<sup>9</sup> Sui rapporti tra linguaggio comune e linguaggi settoriali non pare necessario soffermarsi.

<sup>10</sup> Cfr. <http://www.iami.mi.cnr.it/~alberto/>

Lo IAMI ha assunto, recentemente, la denominazione **IMATI: Istituto Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche**.

<sup>11</sup> Cfr. [www-gl.schedimat](http://www-gl.schedimat).

13.2.4.1.4.4 Uso **b–stringhe** per evitare possibili ambiguità del termine **stringa**: **b** è preso come iniziale di *blank*, che indica lo spazio (anche se non è l'unico separatore utilizzato).

13.2.4.1.4.5 Alcuni aspetti relativi ai **caratteri**, con dati e indicazioni, verranno considerati in § 13.2.4.4 <sup>12</sup>.

13.2.4.1.5 La quarta indicazione riguarda l'opportunità di utilizzare **due strade complementari**, una oggettiva e una soggettiva, utili per l'individuazione della terminologia:  
— l'elencazione della terminologia presente nei programmi;  
— l'elencazione di termini sugli argomenti, indipendentemente dalla presenza in programmi.

13.2.4.1.6 La quinta indicazione riguarda l'utilizzazione di **dizionari**, generali, settoriali, etimologici, di sinonimi e contrari.

13.2.4.1.7.1 Come accennato in § 11.2.5.2 ulteriori studi sono in corso: della pubblicazione verrà data notizia in *www-gl*.

13.2.4.1.7.2 È possibile che di alcune correzioni non si sia tenuto adeguatamente conto per aggiornare dati precedentemente determinati: sarò grato di segnalazioni in proposito.

13.2.4.1.7.3 In *www-gl* verrà data notizia, anche, della presentazione degli aspetti metodologici, che esula dagli obiettivi di *MIFP-2* (e di *MEPVS-2*).

13.2.4.1.8 È opportuno aggiungere che, per i futuri programmi, pare auspicabile una versione ufficiale della gran parte delle analisi e degli elenchi qui proposti: ovviamente, questo lavoro potrebbe caratterizzare metodologicamente la redazione di programmi di insegnamento (con opportune scelte grafiche), con adeguati sviluppi a livello di **guida** e di **glossario** <sup>13</sup>.

<sup>12</sup> Non pare necessario soffermarsi sulla distinzione tra cifre, lettere e altri segni.

<sup>13</sup> Per alcune indicazioni in proposito segnalo *Sulla redazione di programmi di Matematica per l'insegnamento o per i concorsi*, *Quaderni di ricerca didattica del MAT - CIRD*, n. 8 - aprile 1999 (cfr. *www-gl*).



13.2.4.2.1 Per effettuare le analisi con i programmi per *personal computer* segnalati in § 13.2.4.1.5, sono state usate versioni TXT delle trascrizioni e degli adattamenti dei programmi di insegnamento indicati in § 13.2.1.1.7 e riportati in § 12 (in elaborazione TEX).

Questi *file* TXT sono riportati in *www-gl* con le denominazioni <sup>14</sup>

*T1, T1-6, T1-7, T2-3, T4, T5-6, T7, N1-6, N1-7,*

dove si intende:

- 1 scuola materna;
- 2 scuola elementare, anni 1° e 2°;
- 3 scuola elementare, anni 3°–5°;
- 4 scuola media;
- 5 scuola di base, anni 1° e 2°;
- 6 scuola di base, anni 3°–7°;
- 7 DM 11 maggio 2001;
- N numerazione aggiunta nelle prime colonne.

13.2.4.2.2 Le analisi sono state effettuate <sup>15</sup>:

- costruendo elenchi a partire dai testi dei programmi;
- costruendo elenchi a partire da argomenti matematici di singoli nuclei;
- confrontando elenchi <sup>16</sup>;
- ricavando dati dagli elenchi.

13.2.4.2.3 Sui *file* indicati in § 13.2.4.2.2 sono stati costruiti gli elenchi di b-stringhe riportati in *www-gl* con le seguenti denominazioni (analoghe a quelle di § 13.2.4.2.1):

- elenchi generali *Y1-6, Y1-7, YN1-6, YN1-7*;
- elenchi particolari *Y1, Y2-3, Y4, Y5-6, Y7*.

<sup>14</sup> In *www-gl* sono segnalate, anche, correzioni, variazioni e aggiunte; indicazioni utili per le tabelle saranno date in seguito.

<sup>15</sup> Non pare il caso di soffermarsi, qui, sulle differenze rispetto al quaderno citato in nota 1 di § 11.1 e sui *file* utilizzati come strumenti di lavoro: le considerazioni su aspetti metodologici vanno al di là di quanto qui interessa e gli interessati possono utilizzare le segnalazioni di § 13.2.4.1.5.

<sup>16</sup> L'accostamento delle due strade indicate in § 13.2.4.1.4 ha dato utili indicazioni e consentito verifiche e confronti.

13.2.4.2.4 Le analisi effettuate, o in corso, riguardano <sup>17</sup>:

- caratteri (cfr. § 13.2.4.4);
- b-stringhe (cfr. § 13.2.4.5.1);
- parole dei programmi (cfr. § 13.2.4.5.2–13.2.4.5.4), considerando:
  - aspetto semiotico secondo le indicazioni di § 13.2.4.3.4;
  - aspetto settoriale secondo le indicazioni di § 13.2.4.3.5;
  - aspetto matematico secondo le indicazioni di § 13.2.4.3.6;
- accorpamenti di parole dei programmi (§ 13.2.4.5.5);
- parole elencate a partire dagli argomenti matematici (§ 13.2.4.6);
- locuzione matematiche (cfr. § 13.2.4.6.6).

13.2.4.2.5 Essendo possibili errori e omissioni, oltre che valutazioni e scelte soggettive, sarò grato di segnalazioni e osservazioni in proposito (cfr. § 13.2.4.1.7.2).

13.2.4.3.1 Per i dati sulle b-stringhe sono state scelte le seguenti indicazioni:

b-a	b-stringhe aggiunte nella trascrizione
b-t	b-stringhe totali
b-d	b-stringhe diverse tra loro
b-g	stringhe senza lettere e senza cifre (grafiche)
b-nl	stringhe per numerazione di sezioni con lettere
m0-s	stringhe per numerazione di sezioni con numeri (anche romani)
m0-d	numeri per documenti, date, note, pagine
m1-m	numeri di interesse matematico in cifre
m1-a	altri numeri in cifre
m1-s	simboli matematici
m1-f	formule
b-v	parole (cfr. § 13.2.4.3.4)

13.2.4.3.2 Le stringhe b-a aggiunte nella trascrizione *T1-7* sono:

- 800, con 1013 occorrenze, per la numerazione aggiunta nelle prime colonne (cfr. YN1-7);
- 9 per la numerazione aggiunta entro [ ] in *T4*:  
     [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] con 15+15+9+7+5+3+2+1+1=58 occorrenze;
- 1 per [omissis] in *T1*, *T4*, *T5-6* (con 1+1+2=4 occorrenze).

<sup>17</sup> Sulla possibilità di altre analisi cfr. nota 15.

13.2.4.3.3 Su aspetti semiotici dei termini sono state scelte le seguenti indicazioni<sup>18</sup>:

v-	parole composte con –
v/	parole composte con /
vp	parole composte per accostamento o con prefissi
v.	parole abbreviate, abbreviazioni, acronimi
vt	parole tronche
ve	parole con enclitiche (comprese preposizioni articolate)
vpe	parole composte per accostamento [vp] e con enclitiche
ve'	parole con enclitiche [ve] apostrofate
v'	altre parole apostrofate (senza enclitiche)
vs	parole di lingue diverse dall'italiano
vl	altre parole di sole lettere
em	parole con iniziali maiuscole significative
ee	parole messe in evidenza con tipi di carattere (esclusi i titoli e le denominazioni dei nuclei nel testo)
e“	parole messe in evidenza con “ ” (escluse le citazioni)

13.2.4.3.4 Su aspetti settoriali dei termini sono state scelte le seguenti indicazioni<sup>19</sup>:

+	polisemiche <sup>22</sup>
m	Matematica, prematematica, paramatematica <sup>21</sup>
s1	parole non matematiche indicate per la Matematica
s2	parole del linguaggio comune di interesse matematico
a	autori, persone, personaggi, opere, relativi aggettivi
r	nazioni, popoli, riferimenti geografici o storici
p	pedagogico–didattico
g	giuridico–sociale, normativa, sociologia
d	parole di altre discipline, non classificate come s, p, g
c	altre parole del linguaggio comune <sup>22</sup>

<sup>18</sup> Sono state separate le contrapposizioni indicate con / (sopra/sotto, ...).

Le indicazioni e\* sono considerate complementari rispetto alle v\*.

<sup>19</sup> Sono possibili, ovviamente, altre classificazioni, secondo altre scelte.

La s di s1 e di s2 è presa come iniziale di **supporto**.

<sup>20</sup> Le indicazioni su polisemia e sinonimia verranno limitate alle parole di interesse matematico, nei programmi considerati o in sviluppi.

<sup>21</sup> Cfr. m0-s e m0-d in § 13.2.4.3.2 e schedimat in www-gl.

<sup>22</sup> Qui, non interessano ulteriori classificazioni interne al linguaggio comune.

13.2.4.3.5 Su aspetti matematici dei termini sono state scelte le seguenti indicazioni <sup>23</sup>:

- m0 prematematica, paramatematica (cfr. § 13.2.4.3.1)
- m1 numeri in cifre, simboli, formule (cfr. § 13.2.4.3.1)
- m2 numeri in parole e parole collegabili
- m3 nomi di figure
- m4 marche
- m5 autori, persone, personaggi, opere, relativi aggettivi
- m6 settori e nuclei
- m7 altre parole

13.2.4.3.6 Sui destinatari sono state scelte le seguenti indicazioni:

- S studenti
- D docenti
- d docenti, per termini complementari

13.2.4.3.7 Sui tipi di apprendimento sono state scelte le seguenti indicazioni:

- C da conoscere per capire
- O da conoscere per operare
- K da conoscere per saperne di più

13.2.4.3.8 Sulla presenza in programmi e sulla classificazione di presenza in programmi dei termini sono state scelte le seguenti indicazioni:

- E termine esplicito nell'elenco dei contenuti
- e termine esplicito in altra parte dei programmi
- I termine implicito nell'elenco dei contenuti
- i termine implicito in altra parte dei programmi
- A termine aggiuntivo per l'elenco dei contenuti
- a termine aggiuntivo per altra parte dei programmi

13.2.4.3.9 Per una classificazione gerarchica sono state scelte le seguenti indicazioni <sup>24</sup>:

- f fondamentale
- l variante linguistica canonica su termine fondamentale
- v altra variante di termine fondamentale (sinonimo, analogo)
- q qualificazione o specificazione
- u uso particolare
- x elemento di specificazione (per indice analitico)
- y ripetizione o anticipazione

<sup>23</sup> Su locuzioni e modi di dire cfr. § 13.2.4.6.4.

<sup>24</sup> Non è considerata la distinzione tra sostantivo, verbo, aggettivo, ...

13.2.4.4.1 In § 13.2.4.4.2 e in § 13.2.4.4.3 i caratteri sono considerati indipendentemente da tipi e forze di corpo <sup>25</sup>.

Come già accennato (cfr. § 13.2.4.2.1) sono state apportate correzioni, variazioni e aggiunte.

13.2.4.4.2 I dati sulla lunghezza in numero di caratteri <sup>26</sup> dei *file* elencati in § 13.2.4.2.1 sono:

<i>T1</i>	9.239
<i>T2-3</i>	40.351
<i>T4</i>	20.967
<i>T5-6</i>	37.082
<i>T7</i>	5.659
<i>T1-6</i>	107.644
<i>T1-7</i>	113.345

13.2.4.4.3 I caratteri, sui quali sono state fatte (e sono in corso) analisi, riguardano:

- cifre e lettere per numerazioni <sup>27</sup>;
  - . in punteggiatura, abbreviazioni e ...  
(mai per moltiplicazione o per numeri);
  - , in punteggiatura e in numeri;
  - : in punteggiatura (mai per divisione);
  - ; in punteggiatura;
  - in parole composte, per separazione, doppio per incisi <sup>28</sup>;
  - / in parole composte, in contrapposizioni, in una formula;
  - \* per evidenziazione in inizio di riga  
(anche in sostituzione di altri caratteri dei testi originali);
  - “ ” per evidenziazioni e per citazioni
  - ( ) per incisi
- iniziali maiuscole significative.

13.2.4.4.4 Come già accennato, sono evidenziate con [ ] aggiunte della trascrizione al di fuori della numerazione delle colonne iniziali.

<sup>25</sup> Le parole di tipo ee di § 13.2.4.3.3 sono *ma*, *se*.

<sup>26</sup> Dati della *directory MS-DOS*.

Su elenco e occorrenze dei caratteri rimando a [www-gl](http://www-gl).

<sup>27</sup> Le numerazioni sono unificate nella forma *carattere* seguito da parentesi tonda di chiusura.

<sup>28</sup> Nei *file* di lavoro è stato eliminato il trattino per a capo in fine riga.

13.2.4.4.5 Gli elenchi relativi ai caratteri sono riportati in *www-gl*.

13.2.4.5.1.1 Dati sulle *b*-stringhe (escluse quelle aggiunte):

	b-t	b-d	b-g	b-nl	m0	m1	m1	b-v
					s+d	m+a	s+f	
1	1029	512	2	2	2	0	0	506
2-3	4515	1426	3	5	6+3	1	4	1404
4	2404	957	4	4	7	1	0+2	939
5-6	3508	1069	3	2	0	0+4	1+3	1056
7	537	253	3	0	0	1	0+3	246
1-6	11456	2461	5	5	8+3	2+4	4+5	2425
1-7	11993	2545	5	5	8+3	2+4	4+8	2507

13.2.4.5.1.2 Anche come chiarimento di § 13.2.4.5.1.1, riporto le seguenti *b*-stringhe particolari, indicando quantità e occorrenze di *T1-6* e aggiunte di *T7*:

b-g	5/85 0/4	* - - / ...	37+2+14+19+13, 2+1+0+1+0
b-nl	5/33	a) b) c) d) e)	10+9+10+3+1
m0-s	8/16	1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) iii)	2+4+2+2+2+2+1+1
m0-d	3/3	12 802 1982	1+1+1
m1-m	2/2 0/1	3,14 10	1+1, 0+1
m1-a	4/4	0,45 0,6 6 45	1+1+1+1
m1-s	4/5	< = > π	1+1+1+2
m1-f	4/5	xy=k y=a/x e y=ax y=kx y=x <sup>2</sup>	
	3/3	y=cosx y=senx y=tanx	

13.2.4.5.2.1 Sugli aspetti semiotici di § 13.2.4.3.3 riporto i seguenti dati ricavati da *Y1-6*, soltanto in parte documentati in § 13.2.4.5.2.2:

v-	10	parole composte con -
v/	1	composte con /
v.	3	abbreviate
vt	14	tronche
ve	152	con enclitiche
ve'	5	con enclitiche apostrofate
v'	4	apostrofate (senza enclitiche)
vs	3	lingue diverse dall'italiano
em	13	iniziali maiuscole significative
ee	2	corsivo
e“	18	“ ” (cfr. § 13.2.4.5.2.2)

13.2.4.5.2.2 Sugli aspetti semiotici riporto i seguenti elenchi ricavati da *Y1-6* (con indicazione delle occorrenze):

v-	10/15	casa-scuola, extra-scuola, Eulero-Venn, indo-arabi, insegnamento-apprendimento, logico-insiemistica, logico-insiemistiche, logico-linguistica, matematico-scientifico (6), spazio-temporali.
v/	1/4	e/o (4) [ $y=a/x$ come formula in § 13.2.4.3.3.2]
v.	3/29	ecc. (26) es. (2) n.
vs	3/3	<i>computer, handicap, software</i>
em	13/15	Carroll, Eratostene, Eulero-Venn, Francia, Greci, Inghilterra, Italia, Pitagora (2), Terra, Venn (2) “Sistema Internazionale di Unità”
ee	2/2	<i>ma, se</i>
e“	18/19	fare, frase aperta, lettura, marca, marchehe, misura, misurare (2), numeri fissi, oggetti, parallelismo, perpendicolarità, proporzioni, qualcuno, risolvere un problema, Sistema Internazionale di Unità, temi, tutti, uguaglianza

13.2.4.5.2.3 Delle altre parole composte verranno considerate soltanto quelle matematiche (cfr. § 13.2.4.5.3); per altri aspetti semiotici rimando a *Y1-6*.

13.2.4.5.3.1 Sugli aspetti settoriali di § 13.2.4.3.4, osservato che i margini di soggettività sono molto ampi, mi limito a riportare i seguenti dati ricavati da *Y1-6*<sup>29</sup>, segnalando che le parole hanno un’unica classificazione, con assorbimento gerarchico al primo livello utile:

m	651	(cfr. § 13.2.4.5.4.1)
s1	88	
s2	76	
a	-	soltanto in m5
r	18	
p	96	
g	9	
d	71	
c	1442	
	<hr/>	
	2451	

13.2.4.5.3.2 In #13.2/5–459 sono riportati gli elenchi delle parole r, s1, s2; per gli altri aspetti settoriali rimando a *Y1-6*.

→ #13.2/5–459 elenchi r, s1, s2

<sup>29</sup> Gli altri dati sono reperibili in § 13.2.4.5.1.1.

13.2.4.5.4.1 Sugli aspetti matematici di § 13.2.4.3.5, prima degli accorpamenti di § 13.2.4.5.5, riporto i seguenti dati ricavati da *Y1-6*, con assorbimento analogo a quello di § 13.2.4.5.3.1 <sup>30</sup>:

m0	11	
m1	15	[distinguendo $y=ax$ e $y=kx$ ]
m2	41	
m3	52	
m4	7	
m5	8	
m6	34	
m7	483	
	—	
	651	

13.2.4.5.4.2 Le stringhe matematiche considerate per i dati segnalati in § 13.2.4.5.4.1 sono riportate in #13.2/6–460; per le relative occorrenze rimando a *Y1-6*.

→ #13.2/6–460 stringhe matematiche

13.2.4.5.4.3 In #13.2/7–464 sono riportate le parole matematiche ve e vp (compresi gli avverbi in *-mente*).

→ #13.2/7–464 parole matematiche ve e vp

13.2.4.5.4.4 Gli elenchi relativi agli aspetti matematici evidenziano che i programmi sono non sistematici e non esaustivi rispetto alla terminologia.

13.2.4.5.4.5 La limitazione indicata in § 13.2.4.5.4.4 riguarda non soltanto le indicazioni date esplicitamente nei programmi con  
..., ecc., altri, principali, ulteriori, vari.

13.2.4.5.4.6 Per esempio, per le unità di misura si può osservare che:  
— sono citate grado, minuto, miriagrammo, secondo;  
— non sono riportati i simboli (o marche), anche se c'è il riferimento al *DPR 12 agosto 1982, n. 802* (che verrà considerato in § 15).

<sup>30</sup> Per dare un quadro completo sono riportati anche m0 e m1 (cfr. § 13.2.4.5.1.2).



13.2.4.5.4.7 Gli elenchi indicano, anche, che alcune parole vanno considerate in locuzioni (cfr. 13.2.4.6.6)

13.2.4.5.4.8 Indicazioni per ulteriori osservazioni e riflessioni sono riportate in § 13.2.4.6.

13.2.4.5.5.1 Per una più significativa quantificazione sulla terminologia matematica e di supporto alla Matematica presente nei programmi *T1-6*, possono essere ritenuti opportuni

accorpamenti di evidenziazione dei concetti

sulle parole di *Y1-6* considerando:

- maschile, femminile, singolare, plurale,
- sostantivi, aggettivi, avverbi, verbi,
- sinonimi.

13.2.4.5.5.2 È opportuno osservare che l'effettuazione degli accorpamenti presenta, oltre ad aspetti soggettivi, difficoltà legate, in particolare, a parole con più significati.

13.2.4.5.5.3 Per quanto esposto in § 13.2.4.5.4.4 e non essendo ancora disponibili le prestazioni di *YP.EXE* per gli accorpamenti, le valutazioni sono lasciate provvisoriamente ai lettori particolarmente interessati.

13.2.4.5.5.4 Considerazioni analoghe valgono, a maggior ragione, per accorpamenti di parole di supporto.

13.2.4.5.6 Indicazioni per riflessioni e osservazioni varranno date in § 13.2.4.6.

13.2.4.6.1 Elenchi e dati suggeriscono varie osservazioni sulla terminologia e sulle modalità di redazione di programmi.

13.2.4.6.2 Molte di queste osservazioni sono inserite (anche soltanto implicitamente) nelle sezioni sui nuclei o in *www-gl*<sup>31</sup>.

13.2.4.6.3 Altre osservazioni esulano dagli obiettivi di *MIFP-2*<sup>32</sup> e il lettore interessato potrà farle personalmente, utilizzando *file* inseriti in *www-gl*, o consultare quanto ivi reperibile in proposito, in particolare in relazione a:

- difformità (in struttura, titoli, terminologia, numerazione, evidenziazione);
- uso in caratteri diversi da quello abituale;
- scrittura tra virgolette;
- incisi tra ( ) o tra – –;
- uso di ..., ecc., altri, principali, ulteriori, vari;
- uso di sinonimi.

13.2.4.6.4 Al lettore sono lasciati, anche, ulteriori approfondimenti e analisi sistematiche (rispetto a quelle inseriti nelle sezioni sui nuclei), in particolare a proposito di:

- locuzioni;
- modi di dire;
- etimologie;
- storia dei termini;
- ulteriori classificazioni, anche più dettagliate.

---

<sup>31</sup> In particolare, su locuzioni e simboli.

<sup>32</sup> Pare auspicabile che insegnanti e studenti possano avere adeguata documentazione ufficiale in proposito.

#13.2/1 - da *Matematica zero* (cfr. § 13.2.5.2), pag. 16, 31, 33

## 2. APPLICAZIONI TRA INSIEMI

La nozione di funzione o applicazione tra insiemi è molto importante. Ora verrà introdotta in modo piuttosto intuitivo, utilizzando l'idea di "legge", "regola" per mettere in risalto il suo significato operativo. Una definizione formale (ma più astratta), che non necessita di introdurre nuovi concetti primitivi quali quello di "regola", sarà data successivamente.

### DEFINIZIONE 7 (di applicazione tra insiemi)

Dati due insiemi  $A$  e  $B$  si dirà che  $f$  è una applicazione (o funzione o mappa) di  $A$  in  $B$  e si scriverà

$$f : A \rightarrow B$$

se è data una ben precisa regola che permetta di determinare per ogni elemento  $a \in A$  uno e un solo, ben definito, elemento  $b \in B$ . L'elemento  $b$  che corrisponde ad  $a$  sarà detto l'immagine di  $a$  tramite l'applicazione  $f$  e sarà denotato con il simbolo  $f(a)$ ; si dirà anche che  $f$  trasforma  $a$  in  $f(a)$ .

[...]

### DEFINIZIONE 20 (di prodotto cartesiano)

Dati due insiemi  $A$ ,  $B$  si dirà loro prodotto cartesiano l'insieme, denotato con  $A \times B$ , formato dalle coppie ordinate il cui primo elemento è un elemento di  $A$  e il secondo un elemento di  $B$ .

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\} .$$

[...]

### DEFINIZIONE 22 (corrispondenza)

Una corrispondenza  $C$  dell'insieme  $A$  nell'insieme  $B$  è un sottoinsieme di  $A \times B$ .

Due elementi  $a$ ,  $b$  di  $A$  e  $B$  rispettivamente, si diranno nella corrispondenza  $C$ , e si scriverà  $aCb$ , se  $(a, b) \in C$ .

Il concetto di applicazione può essere ora dato in termini di corrispondenza, senza dover ricorrere al concetto di "regola" come fatto nella definizione 7.

### DEFINIZIONE 7 bis (di applicazione)

Una applicazione di  $A$  in  $B$  è una corrispondenza  $C$  di  $A$  in  $B$  tale che per ogni  $a$  in  $A$  esiste uno e un solo  $b$  in  $B$  tale che  $aCb$ .

Tale elemento  $b$  sarà l'immagine di  $a$  nella assegnata applicazione.

[...]

#13.2/2 - da *Geometria intuitiva* (cfr. § 13.2.5.4).

— indice delle sezioni di primo livello

VII	Prefazione, VII
3	1. Le curve e le superfici piú semplici
45	2. Sistemi regolari di punti.
127	3. Configurazioni
223	4. Geometria differenziale
352	5. Cinematica
375	6. Topologia
445	I PRIMI FONDAMENTI DELLA TOPOLOGIA di <i>P. S. Aleksandrov</i>
512	<i>Altre letture suggerite</i>

— dalla prefazione (D. H., Gottinga, giugno 1932)

In matematica, come in tutte le scienze,  
ci imbattiamo in due tendenze diverse:  
da una parte la tendenza astratta,  
che si propone di ricavare delle relazioni logiche  
dal molteplice materiale che ci sta a disposizione,  
quindi ordinarlo e collegarlo in maniera sistematica;  
dall'altra, la tendenza intuitiva,  
che si propone piuttosto di giungere  
a una chiara percezione degli oggetti considerati  
e a una rappresentazione concreta  
delle loro relazioni reciproche.  
[...] si ascrive anche oggi giorno  
una grande importanza al concetto geometrico *intuitivo*,  
non solo per il suo alto valore euristico,  
ma anche perché esso ci permette di comprendere  
e di apprezzare meglio i risultati della ricerca scientifica.  
[...]

## #13.2/3 “Matematizzare”

dal volume IX del *Grande dizionario della lingua italiana*  
di SALVATORE BATTAGLIA, Torino, UTET, IX vol., 1995  
con citazioni di BENEDETTO CROCE <sup>1, 2</sup>

**Matematizzare**, intr.

Considerare o valutare la realtà  
in termini esclusivamente matematici;  
razionalizzare astrattamente.

*B. Croce*, III-26-189:

Il matematico non esiste in concreto se non come uomo intero,  
e quando apre la bocca per parlare,  
parla ... come un uomo che parla  
e non già e non solo come un uomo che matematizza.

– Sostant.

*B. Croce*, III-23-63:

Intese [Galileo] l'ufficio costitutivo  
che spetta alle matematiche nelle scienze fisiche e naturali  
per l'astrazione e semplificazione dei dati  
e per la determinazione delle leggi,  
distinguendo nettamente quel serio matematizzare  
dalle fantasticherie del volgare pitagorismo sui numeri.

= Denon. da *matemati[ca]*, col suff. *iterat.*

<sup>1</sup> Ritengo interessante riportare citazioni di BENEDETTO CROCE, che non viene considerato un estimatore della Matematica.

<sup>2</sup> Nella trascrizione è stato inserito uno spazio prima dei ... e sono stati modificati gli a capo.

#13.2/4 - Da *Matematizzazione e de-matematizzazione*  
di GABRIELE LUCCCHINI,  
in *Seminari di didattica, a.a. 1990-91 e 1991-92*  
Q.1 – 1992, a cura di CARLO MARCHINI,  
Lecce, Dipartimento di Matematica  
dell'Università di Lecce,  
pag. 145–157, reimpaginate e rinumerate, di 145–163,  
con sostituzione di de/matematizzazione a  
de-matematizzazione (cfr. 1 di 2.1)  
e spostamento delle note 6 e 7

---

Gabriele Lucchini

## Matematizzazione e de-matematizzazione.

### 0 - PREMESSA.

**0.1** - Per questa esposizione mi sono proposto due obiettivi:

- 1) sostenere l'importanza della consapevolezza sul ruolo della *de-matematizzazione* (intesa nel senso indicato nei §§ 2.0 e 2.1) nell'*insegnamento della Matematica*, accanto a quello della *matematizzazione* (cfr. §§ 1.0 e 1.1), abitualmente più considerato;
- 2) stimolare riflessioni sul ruolo dell'*apprendimento della Matematica* nella formazione integrale della persona (cfr. § 4.2).

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano.

<sup>2</sup> Lavoro svolto nell'ambito dei contratti CNR "La Matematica nella formazione integrale della persona" e dei progetti 40% MURST "Ricerche di Matematica ed Informatica per la didattica".

<sup>3</sup> Il testo è redatto seguendo gli schemi su trasparenti per lavagna luminosa preparati per l'incontro del 30 gennaio 1992 presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Lecce, con alcune aggiunte; in particolare, è conservata la numerazione, con inserimento di paragrafi "0".

**0.2** - *Matematizzazione e de/matematizzazione* interessano, quindi, come:

- 1) argomenti in sé;
- 2) occasioni per suscitare e sviluppare interesse allo studio di argomenti di Matematica, con particolare riferimento alla scuola secondaria superiore;
- 3) occasioni per suscitare e sviluppare interesse alla conoscenza di possibilità e di caratteristiche attuali della Matematica, anche come punto di partenza per stimoli alla riflessione su:
  - a) idea della Matematica,
  - b) conoscenza della Matematica,
  - c) insegnamento della Matematica;
- 4) aspetti significativi della presenza della Matematica nella nostra vita e dell'insegnamento della Matematica nella scuola, non solo per utilizzazioni professionali;
- 5) riferimenti formativi e conoscitivi, non solo per la Matematica;
- 6) punto di partenza per riflessioni sulla formazione e sulla conoscenza.

Chiaramente, questi aspetti possono essere strettamente collegati tra loro, se insegnamento e apprendimento della Matematica sono realizzati in funzione della formazione integrale della persona: purtroppo, però, questo non sempre avviene.

NB – In relazione agli obiettivi indicati nel § 0.1 mi è parso opportuno delineare un quadro complessivo, più che approfondire singoli aspetti, e suggerire spunti per riflessioni e approfondimenti.

## 1 - MATEMATIZZAZIONE.

### 1.0 - Introduzione.

*Matematizzazione* interessa, qui, non solo come *traduzione e trattazione in termini matematici* di fatti, situazioni, dati, problemi per *leggere, conoscere, interpretare, capire, descrivere*, per *cercare soluzioni*, per *comunicare*, per *operare*, individuando o esprimendo caratteristiche (e, quindi, sia come *strumento* che come *veicolo* di conoscenze), ma anche come *sistemazione in trattati e in teorie* e come *ripensamento su risultati e teorie*.

### 1.1 - Sul vocabolo matematizzazione.

Come è ben noto, il vocabolo *matematizzazione* viene utilizzato con vari significati e a diversi livelli di estensione del concetto.

Per presentare e documentare questa varietà di significati e di estensione del concetto nelle tavole nn. 1-4 sono riportati:

- 1) esempi da vocabolari e enciclopedie;
- 2) esempi da libri e articoli di matematici;
- 3) *matematizzazione* in programmi di insegnamento della Repubblica Italiana;
- 4) esempi di datazione del vocabolo. <sup>4, 5</sup>

### 1.2 - La matematizzazione nella storia della Matematica.

Su *la matematizzazione nella storia della Matematica* mi limito a indicare tre ordini di considerazioni e a riportare una ben nota citazione.

- 1) La Matematica come ricerca di soluzioni di problemi, con:
  - a) ricerca di strumenti (ad esempio: sistemi di numerazione e operazioni sui numeri),
  - b) scelta di strumenti (ad esempio: “riga e compasso”),
  - c) intuizione, creatività, fantasia (ad esempio: **L. Euler** e i ponti di Königsberg <sup>8</sup>),
  - d) tenacia (ad esempio: **J. Kepler** e la “guerra con Marte” <sup>9</sup>),

<sup>4</sup> Le tavole nn. 1-4 sono basate su dati raccolti dalla dott.ssa **L. Mauromicali** per la sua tesi di laurea *Le proposte di programmi per il biennio della scuola secondaria superiore e la matematizzazione* (Milano, 1989-1990).

<sup>5</sup> La documentazione può essere ampliata con ulteriori dati, anche se il farlo non pare indispensabile.

<sup>8</sup> Cfr., ad esempio, *Momenti del pensiero matematico* di **C. F. Manara e G. Lucchini**, Milano, Mursia, 1976. Il lavoro di **L. Euler** (1707-1783) è intitolato *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*; fu presentato alla Accademia delle Scienze di Pietroburgo il 26 agosto 1736 e pubblicato nel 1741 nei *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, volume 8 (relativo al 1736), pp. 128-140.

<sup>9</sup> Cfr., ad esempio:

– *La rivoluzione astronomica - Copernico Keplero Borelli* di **A. Koyré**, Milano, Feltrinelli, 1966 (ed. or.: *La révolution astronomique*, Paris, Hermann, 1961),

– *The Sleepwalkers - A history of man's changing vision of the Universe* di **A. Koestler**, Hutchinson of London, 1959,

– “How did Kepler discover his first two laws?” di **C. Wilson**, *Scientific American*, marzo 1972 (traduzione italiana: “Le prime due leggi di Keplero”, *Le Scienze*, giugno 1972).



- 
- **S. Battaglia**: *Grande dizionario della lingua italiana*, UTET, 1975  
 MATEMATIZZARE: considerare o valutare la realtà in termini esclusivamente matematici, razionalizzare astrattamente.
- **G. Devoto e G. C. Oli**: *Dizionario della lingua italiana*, Le Monnier, 1990  
 MATEMATIZZARE: trasformare in termini rigorosamente razionali.  
 MATEMATIZZAZIONE: formulazione in termini rigorosamente razionali.
- **A. Gabrielli**: *Grande dizionario illustrato della lingua italiana*, Mondadori, 1989  
 MATEMATIZZARE: esprimere secondo un modello matematico, porre in forma razionale. Calcolare matematicamente, valutare in modo preciso, rigoroso.
- *Nuovo Zingarelli*, Zanichelli, 1983  
 MATEMATIZZARE: conformare, ispirare al metodo matematico e gener. razionale. Valutare in termini matematici e gener. razionali.  
 MATEMATIZZAZIONE: atto, effetto del matematizzare.
- Altre opere consultate presso la biblioteca del Dipartimento di Matematica “F. Enriques” o la biblioteca comunale “Sormani” di Milano:
- **L. Chambadal**: *Dizionario di matematica moderna* (traduzione), Mursia, 1975.
- **M. Cortellazzo e U. Cardinale**: *Dizionario di parole nuove*, Loescher, 1989.
- **G. Devoto e G. C. Oli**: *Nuovo vocabolario illustrato della lingua italiana*, Selezione dal Reader’s Digest e Le Monnier, 1987.
- **F. Nomis di Pollone e E. Monti**: *Le matematiche termine per termine*, Il Quadrante, 1987.
- **F. Palazzi**: *Nuovissimo dizionario della lingua italiana*, Fabbri, 1978.
- **A. Piccato**: *Dizionario dei termini matematici*, Rizzoli, 1987.
- *Dizionario di matematica*, Rizzoli, 1989.
- *Dizionario enciclopedico - Matematica*, Jackson, 1987.
- *Dizionario enciclopedico scientifico e tecnico inglese-italiano e italiano-inglese*, Mc Graw-Hill - Zanichelli, 1986.
- *Dizionario Garzanti della lingua italiana*, 1982.
- *Dizionario italiano ragionato*, D’Anna, 1988.
- *Dizionario Motta della lingua italiana*, 1978.
- *Nuovo dizionario enciclopedico Sansoni*, 1987.
- *Vocabolario della lingua italiana*, Istituto della Enciclopedia Italiana, 1989.
- 

TAVOLA 1 - ESEMPI DA VOCABOLARI E ENCICLOPEDIA di **L. Mauro-mi-cali** (cfr. <sup>4</sup>).

---

— **Z. Krigowska** (*Cenni di didattica della matematica, 1*, “Quaderni dell’Unione Matematica Italiana”, n. 12, Bologna, Pitagora, 1979, p. 64; titolo originale: *Zarys dydaktyki matematyki - 1*)

Chiameremo matematizzazione nell’insegnamento:

- 1°) la costruzione dello schema matematico per una certa relazione, espressa dopo l’analisi di una certa situazione reale, inventata, astratta o precisata in un’altra scienza;
- 2°) la costruzione di uno schema razionale ancora semidimostrato, il quale in seguito potrebbe essere trasformato o aggiunto ad uno schema matematico già completo.

— **H. G. Steiner** (“Mathematization processes in class as a collective learning process”, p. 119) <sup>6</sup>

- the mathematization process basically consists in the development of a small applicable *mathematical theory* growing out of a *combined inductive-deductive* (quasi empirical) approach, leading in part to a very simple *axiomatic system*.

— **C. F. Manara** (“La matematizzazione della realtà nei suoi sviluppi storici. 1”, *Didattica delle scienze*, n. 95, p. 22) <sup>7</sup>

... intendiamo indicare con questo termine di matematizzazione una evoluzione, un processo storico che si esplica con l’adozione di un determinato linguaggio simbolico, il quale permette di rappresentare la realtà con certezza e precisione molto maggiore di quelle del linguaggio comune, e di dedurre con maggiore facilità e generalità di quanto non si possa fare col metodo sillogistico classico.

---

TAVOLA 2 - ESEMPI DA LIBRI E ARTICOLI DI MATEMATICI di **L. Mauronicali** (cfr. <sup>4</sup>).

---

<sup>6</sup> La relazione tenuta a Bratislava nell’agosto del 1988 è pubblicata nei *Proceedings of the international symposium on research and development in mathematics education - August 3-7, 1988 Bratislava*, 1989.

<sup>7</sup> Le successive tre parti dell’articolo sono pubblicate nei nn. 97, 98, 99.

---

— SCUOLA PRIMARIA (DPR 12/2/1985)

Non è possibile giungere all'astrazione matematica senza percorrere un lungo itinerario che collega l'osservazione della realtà, l'attività di matematizzazione, la risoluzione dei problemi, la conquista dei primi livelli di formalizzazione.

NB – Ci sono altre indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

— SCUOLA MEDIA (DM 9/2/1979)

– Verrà dato ampio spazio all'attività di matematizzazione, intesa come interpretazione matematica della realtà nei suoi vari aspetti (naturali, tecnologici, economici, linguistici, ...) con la diretta partecipazione degli allievi.

– L'introduzione degli elementi di statistica descrittiva e della nozione di probabilità ha lo scopo di fornire uno strumento fondamentale per l'attività di matematizzazione di notevole valore interdisciplinare.

NB – Ci sono varie indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

— BIENNIO DELLA SCUOLA SECONDARIA SUPERIORE (Piano Nazionale per l'introduzione dell'Informatica nelle scuole e Commissione Brocca)

– Coerentemente con questo processo l'insegnamento della matematica si è sempre estrinsecato e continua a esplicitarsi in due distinte direzioni: a “leggere il libro della natura” ed a matematizzare la realtà esterna da una parte, a simboleggiare ed a formalizzare, attraverso la costruzione di modelli interpretativi, i propri strumenti di lettura dall'altra, direzioni che però confluiscono, intrecciandosi ed integrandosi con reciproco vantaggio, in un unico risultato: la formazione e la crescita dell'intelligenza dei giovani.

– Alla fine del biennio lo studente dovrà essere in grado di:

7. matematizzare semplici situazioni problematiche in vari ambiti disciplinari.

NB – Ci sono altre indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

---

TAVOLA 3 - *MATEMATIZZAZIONE* IN PROGRAMMI DI INSEGNAMENTO DELLA REPUBBLICA ITALIANA di **L. Mauromicali** (cfr. <sup>4</sup>).

---

— **H. G. Steiner** (*opera citata* nella tavola 2, p. 120)

The terms *mathematization* and *mathematical model-building* came into use mainly during the 60ies in connection with new mathematical approaches to problems in fields such as the social sciences which thus far had not utilized mathematics in a constitutive and profound conceptual way.

— **G. Papy** (“Méthodes et techniques de présentation des nouveaux concepts de mathématiques dans les classes du premier cycle de l’enseignement secondaire”, *Mathématiques modernes*, Paris, OCDE, 1964, p. 79 – traduzione di **L. Mauromicali**)

Per poter utilizzare in modo fecondo la matematica nelle situazioni reali (...) la prima e la più grande difficoltà consiste nel riconoscere che una situazione è suscettibile di un trattamento matematico e determinarlo. A questo scopo, si tratterà di idealizzare e matematizzare la situazione concreta con la quale si ha a che fare.

— **B. Croce** (Dalla voce “matematizzare” del *Grande dizionario della lingua italiana* della UTET)

– Il matematico non esiste in concreto, se non come uomo intero, e quando apre la bocca per parlare, parla (...) come un uomo che parla e non già e non solo come un uomo che matematizza.

(da *Conversazioni critiche*, 1950-1951)

– Intese (Galileo) l’ufficio costitutivo che spetta alle matematiche nelle scienze fisiche e naturali per l’astrazione e semplificazione dei dati e per la determinazione delle leggi, distinguendo nettamente quel serio matematizzare dalle fantasticherie del volgare pitagorismo dei numeri.

(da *Storia dell’età barocca in Italia*, 1929)

– Tutto quel sapere non ancora ridotto o non riducibile a percezione chiara e distinta e a deduzione geometrica, perdeva ai suoi occhi (di Cartesio) valore e importanza. Tale la storia, che si fonda sulle testimonianze; l’osservazione naturalistica, non ancora matematizzata: (...)

(da *La filosofia di Giambattista Vico*, 1911).

---

TAVOLA 4 - ESEMPI DI DATAZIONE DEL VOCABOLO di **L. Mauromicali**  
(cfr. <sup>4</sup>).

- e) risposta a esigenze di sistemazione e di ripensamento (ad esempio: assiomatizzazioni).
- NB – È del tutto ovvia la necessità di disporre di strumenti adeguati.
- NB – Chiaramente, è molto significativo il rapporto tra stimoli esterni e sviluppi interni alla Matematica.
- 2) La Matematica come sistemazione in trattati e in teorie (ad esempio: geometria greca come primo passo di matematizzazione della realtà e *Elementi* di **Euclide**).
- 3) La Matematica come ripensamento su risultati e teorie.
- NB – Particolare interesse ha, accanto allo sviluppo della Matematica, l'evoluzione dell'idea di Matematica (cfr. <sup>19</sup>).
- 4) La citazione, tratta (e tradotta) da una lettera di **C. G. J. Jacobi**, è la seguente:
- ... Fourier era del parere che lo scopo principale della matematica fosse l'utilità sociale e la spiegazione dei fenomeni naturali; un filosofo come lui tuttavia avrebbe dovuto sapere che l'unico fine della scienza è l'onore dello spirito umano, e che, da questo punto di vista, un problema relativo ai numeri ha la stessa portata di un problema che riguarda il sistema del mondo.* <sup>10</sup>
- NB – Sul ruolo degli errori rimando al ben noto articolo di **F. Enriques** (pubblicato con la firma *A. Giovannini*, a causa delle leggi razziali) "L'errore nelle matematiche", *Periodico di Matematiche*, 1942, pp. 57-65.
- NB – Sulla consapevolezza di successi e limiti della matematizzazione segnalo, in particolare, *Succès et limites de la mathématisation* di **C. F. Manara**, Relazione al Congresso mondiale di Filosofia, Düsseldorf, 1968.
- NB – Sui cambiamenti operativi, culturali e sociali portati dai successi della matematizzazione pare superfluo soffermarsi.

<sup>10</sup> La citazione è ripresa da *L'arte dei numeri - Matematica e matematici oggi* di **J. Dieudonné**, Milano, Mondadori, 1989. Il titolo originale è *Pour l'honneur de l'esprit humain - Les mathématiques aujourd'hui* (Paris, Hachette, 1987), con evidente riferimento alla citazione di **Jacobi** (1804-1851) messa come citazione preliminare:

*... M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde.*

C. G. J. JACOBI, lettre (en français) à Legendre, 2 juillet 1830.

*Gesammelte Werke*, Vol. I, Berlin (Reimer), 1881, p. 454.

(La punteggiatura è quella dei testi citati.)

### 1.3 - Fasi della matematizzazione –

#### Matematizzazione ristretta e matematizzazione estesa di fatti, situazioni, dati, problemi.

In relazione alla matematizzazione come *traduzione* e come *trattazione* in termini matematici di fatti, situazioni, dati, problemi, ritengo importante proporre una suddivisione in *fasi*, distinguendo, appunto, *traduzione*, come “matematizzazione ristretta”, e *traduzione e trattazione* (con discussione), come “matematizzazione estesa”.<sup>11</sup>

- 1) *Matematizzazione ristretta*, o traduzione in termini matematici, in sei fasi successive:

$$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f.$$

- a) fatti, situazioni, dati, problemi (realtà).  
 b) razionalizzazione della conoscenza sulla realtà che si considera.  
 NB – Come esempio particolarmente significativo, anche se non strettamente matematico, riporto un brano di **G. Peano**<sup>12</sup>:

*Data l'altezza dell'albero maestro d'una nave, trovare l'età del capitano.*

*È questo un celebre esempio di problema, dato come insolubile. Il filosofo-matematico Richard se ne occupò nella Revue de Métaphisique a. 1920.*

*Il problema si risolve sapendo che quella nave si trovava presso Genova; alla capitaneria di porto trovasi la descrizione delle navi che frequentano il porto. Da questo registro deduciamo il nome della nave; in altro registro leggiamo il nome del capitano, e dall'ufficio di anagrafe ricaviamo la sua età.*

*Quasi tutti i problemi che si presentano in pratica sono della natura di questo.*

*Chi deve risolverli, cercherà gli elementi che mancano; ovvero li supporrà, dicendo ben chiaro che cosa suppone. (...)*

- c) scelta degli elementi da matematizzare, tra quelli che è possibile matematizzare.

<sup>11</sup> *Traduzione* è, qui, intesa nel senso che un certo discorso concepito secondo il linguaggio della parola deve essere reso in linguaggio matematico.

<sup>12</sup> Problema pratico n. 10 (p. 60) di *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, prima edizione: Torino, Paravia, 1924; riedizione, con presentazione di **G. C. Argan** e prefazione di **U. Bottazzini**: Firenze, Sansoni, 1983.

d) scelta degli strumenti matematici [tra quelli utilizzabili (noti e ammessi)], con eventuale revisione della scelta c.

NB – I vari strumenti di matematizzazione, che sono stati elaborati nei secoli, consentono, spesso, diverse matematizzazioni di una stessa realtà, con scelte legate a diversi elementi. In particolare, interessa richiamare, qui, la possibilità di matematizzare nel *discreto* o nel *continuo* in modo da avere i necessari collegamenti (come, ad esempio, per le cosiddette *leggi finanziarie*) e la possibilità di tradurre in formulazioni diverse le varie ipotesi che si possono fare nell'interpretazione di un fenomeno, anche per vagliarne l'attendibilità con gli strumenti matematici (come si può fare, ad esempio, per i cosiddetti *modelli economici*<sup>13</sup>).

NB – Gli elaboratori elettronici offrono, chiaramente, significative possibilità anche per l'utilizzazione di strumenti matematici tradizionalmente ignorati nella scuola per difficoltà di utilizzazione (come, ad esempio, le equazioni algebriche di grado superiore al secondo non addomesticabili con la *regola di Ruffini*). Ovviamente, occorre saper dominare le possibilità di errore insite nel modo di operare di queste macchine.

NB – È possibile che gli strumenti utilizzabili, perché noti o perché ammessi, non consentano una buona matematizzazione della realtà o consentano solo una trattazione parziale o approssimata.

NB – Nella scelta degli strumenti per matematizzare può essere opportuno considerare il *costo* di acquisizione o di utilizzazione degli strumenti dal punto di vista sia di effettive spese che di tempi di studio o di lavoro.

e) formulazione matematica e simbolizzazione (rappresentazione matematica della realtà).

NB – È opportuno osservare l'importanza di questa fase e, in particolare, quella della simbolizzazione, che verrà ripresa a proposito della fase g, e della standardizzazione dei simboli.

---

<sup>13</sup> Cfr., ad esempio, *Elementi di Economia matematica* di **C. F. Manara** e **P. C. Nicola**, Milano, Viscontea, 1967

f) eventuale “trasformazione” con altri strumenti matematici.

NB – Di questa fase interessa, qui, soprattutto l’aspetto di utilizzazione di strumenti matematici per rendere più agevoli dimostrazioni di proprietà e risoluzioni di problemi già espressi matematicamente.

NB – La disponibilità di strumenti matematici può condizionare sia modi di matematizzazione (ad esempio: *sezione aurea*<sup>14</sup> negli *Elementi* di **Euclide** e con le equazioni di secondo grado) che esistenza e interpretazione di risultati (ad esempio: *geometria analitica* e *campo complesso*).

NB – La scelta degli strumenti per matematizzare può avere rilevanti implicazioni sui rapporti tra formulazione matematica e realtà, in parte ravvisabili nell’uso del termine *modello* con significato diverso da quello di *traduzione*. Come è ben noto, ci sono matematizzazioni che *impoveriscono* e matematizzazioni che *arricchiscono*, togliendo o aggiungendo elementi (ad esempio: *geometria analitica*).

2) *Matematizzazione estesa*, o traduzione e trattazione matematica, con altre quattro fasi:

$$(a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f) \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow i \rightarrow l.$$

g) elaborazione sui simboli secondo le regole dello strumento utilizzato e deduzione dalla rappresentazione simbolica.

NB – La possibilità di lavorare sui simboli invece che sulla realtà è una caratteristica fondamentale della matematizzazione: se le *regole* per operare sui simboli sono state stabilite bene e se è stata operata bene la matematizzazione, i risultati della elaborazione e delle deduzioni non possono non corrispondere alle operazioni sulla realtà.

h) interpretazione matematica dei risultati.

i) valutazione dell’aderenza dei risultati alla realtà.

l) eventuale revisione delle scelte c, d, e, f.

NB – Come è del tutto ovvio, si possono considerare altre suddivisioni in fasi; mi limito a segnalare la suddivisione in quattro fasi di **G. Polya**<sup>15</sup>.

<sup>14</sup> Come è noto, *sezione aurea* non è denominazione euclidea: cfr., ad esempio, *Geschichte der Elementar-Mathematik* di **J. Tropicke**, III ed., IV vol., Berlin, De Gruyter, 1940.

<sup>15</sup> Cfr. *Come risolvere i problemi di matematica*, Milano, Feltrinelli, 1967 (ed. or.: *How to solve it*, Princeton University Press, 1945).

Le quattro fasi sono: 1) comprensione del problema, 2) compilazione di un piano, 3) sviluppo del piano, 4) alla fine (esame della soluzione ottenuta).

Lo schema originale è più incisivo, per l’efficacia dell’impostazione grafica.



#### 1.4 - Alcuni aspetti della matematizzazione.

Ritengo opportuno segnalare alcuni aspetti della matematizzazione, anche se non è possibile analizzarli qui.

- 1) Matematizzazione e Matematica come linguaggio:
  - a) Matematica come linguaggio e linguaggio matematico;
  - b) aspetti quantitativi e aspetti qualitativi;
  - c) consapevolezza delle particolarità e dei livelli del linguaggio matematico;
  - d) funzioni del linguaggio matematico;
  - e) matematizzazione e comunicazione.

NB – È opportuno tenere presente la distinzione tra linguaggio e lingua, anche se non sempre rispettata, e quella tra descrizioni intersoggettive e interpretazioni soggettive.

NB – È opportuno tenere ben presente che la formulazione in linguaggio matematico implica, normalmente, elaborazioni e deduzioni secondo le regole dei simboli utilizzati (cfr. § 1.3, fase g).
- 2) Matematizzazione in grande e matematizzazione in piccolo <sup>16</sup>:
  - a) *matematizzazione in grande* di scienze o di teorie scientifiche;
  - b) *matematizzazione in piccolo* nella risoluzione di singoli problemi.
- 3) Matematizzazione obbligata, vincolata, libera:
  - a) *matematizzazione obbligata*, se c'è una unica possibilità;
  - b) *matematizzazione vincolata*, se occorre rispettare determinati vincoli;
  - c) *matematizzazione libera*, se si può scegliere senza vincoli.

<sup>16</sup> **R. Descartes** ha scritto nella IV delle *Regulae ad directionem ingenii* (*Oevres de Descartes*, X vol., Paris, Vrin, 1974, pp. 377-378):

*Quod attentius consideranti tandem innotuit, illa omnia tantum, in quibus ordo vel mensura examinatur, ad Mathesim referrri, nec interesse utrum in numeris, vel figuris, vel astris, vel sonis, aliove quovis objecto, talis mensura quaerenda sit; ac proinde generalem quamdam esse debere scientiam, quae id omne explicet, quod circa ordinem & mensuram nulli speciali materiae addictam quaeri potest, eademque, non ascititio vocabulo, sed jam inveterato atque usu recepto, Mathesim universalem nominari, quoniam in hac continetur illud omne, propter quod aliae scientiae Mathematicae partes appellantur.*

- 4) Matematizzazione esterna e matematizzazione interna alla Matematica:
- a) matematizzazione diretta di aspetti della realtà;
  - b) matematizzazione della realtà attraverso le scienze della natura <sup>17</sup>;
  - c) matematizzazione delle scienze <sup>18</sup>;

<sup>17</sup> Riporto il celebre passo di **G. Galilei** ne *Il saggiatore* (da *Le Opere di Galileo Galilei - edizione nazionale*, vol. VI, p. 232, r. 11-18, Firenze, Barbèra, 1896):

*La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.*

<sup>18</sup> Segnalo, in particolare, *Le scienze matematiche*, Bologna, UMI-Zanichelli, 1973, raccolta di saggi a cura del *Comitato per la Promozione della Ricerca nelle Scienze Matematiche* del Consiglio Nazionale delle Ricerche degli Stati Uniti d'America (ed. or.: *The Mathematical Sciences*, Mass. Inst. of Technology, 1969).

L'indice è il seguente:

Prefazione all'edizione italiana	pag. vii
Premessa	pag. ix
STANISLAW ULAM, L'applicabilità della matematica	pag. 1
LIPMAN BERS, Analisi complessa	pag. 8
JOHN G. KEMENY, Le scienze sociali si appellano alla matematica	pag. 25
JOSHUA LEDERBERG, Topologia molecolare	pag. 44
H. S. M. COXETER, Geometria non-euclidea	pag. 62
J. KIEFER, Inferenza statistica	pag. 71
J. T. SCHWARTZ, Analisi funzionale	pag. 86
E. J. MCSHANE, Spazi vettoriali e loro applicazioni	pag. 99
FREEMAN J. DYSON, La matematica nelle scienze fisiche	pag. 114
A. S. WIGHTMAN, Funzioni analitiche e particelle elementari	pag. 135
PHILIPS J. DAVIS, Analisi numerica	pag. 148
GEORGE E. FORSYTHE, Come risolvere un'equazione quadratica su un calcolatore	pag. 159
SAMUEL EILEMBERG, L'algebrizzazione della matematica	pag. 177
LAWRENCE R. KLEIN, Il ruolo della matematica nell'economia	pag. 185
ANDREW M. GLEASON, L'evoluzione della topologia differenziale	pag. 202
ZELLIG HARRIS, Linguistica matematica	pag. 218
GIAN-CARLO ROTA, Analisi combinatoria	pag. 226
R. H. BING, Topologia degli insiemi di punti	pag. 239
HIRSH COHEN, La matematica e le scienze biomediche	pag. 248
MARK KAC, Probabilità	pag. 265
RAYMOND M. SMULLYAN, L'ipotesi del continuo	pag. 289
J. T. SCHWARTZ, Prospettive per la scienza dei calcolatori	pag. 299

- d) matematizzazione della Matematica <sup>19</sup>;  
 — matematizzazione di strumenti e teorie;  
 — assiomatizzazioni e trattazioni formalizzate.

[<sup>18</sup> – continuazione]

Sulla *applicabilità della Matematica* segnalo, anche:

- “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science” di **E. P. Wigner** (Richard Courant Lecture in Mathematical Sciences delivered at New York University, May 11, 1959), *Communications on Pure and Applied Mathematics*, volume XIII, 1960, pp. 1-14;
- “L’universo è matematico?”, *Sfera*, n. 29, pp. 6-9 e *Perché il mondo è matematico?*, Bari, Laterza, 1992, di **J. D. Barrow**.

<sup>19</sup> Riporto due brani, rispettivamente di **L. Campedelli** e di **Z. Krygowska**:

*Ma intanto, via via che lo studioso avanza per la strada intrapresa, si determinano in lui nuove esigenze: egli sente il bisogno non tanto di acquisire nuovi risultati quanto di esaminare più minutamente il cammino percorso, e di rendersi conto del mezzo, dello strumento, di cui si è valso; vuole conoscere l'essenza, l'impalcatura, l'ossatura più intima della sua costruzione.*

*Così egli viene lentamente condotto ad allontanarsi sempre più dagli “oggetti” di cui si parla in questo o quel capitolo della matematica, per volgere invece la sua attenzione ai loro minuti rapporti e legami, alle leggi a cui obbediscono, al meccanismo del dedurre; e giunge a creare in sé il bisogno di comprendere e dominare dall'alto, nella ricerca di una unità di sempre più vasta portata, e di una economia di pensiero che gli consenta di non smarrirsi.*

*Questo passaggio dalla matematica guardata dal “di fuori” a quella vista “dal di dentro” (...) corrisponde al percorso seguito dalla matematica nel suo continuo progredire, e che approda a quei capitoli oggi noti come “algebra moderna”, “teoria delle strutture”, etc.. Sono queste che vengono dette “matematiche moderne”, in contrapposto alle quali quelle tradizionali si chiamano “matematiche classiche”.*

(da *I modelli geometrici*, cap. VIII di *Il materiale per l'insegnamento della matematica* di **AA. VV.**, Firenze, La Nuova Italia, pp. 144-145; edizione originale: *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques*, Neuchâtel & Paris, Delachaux & Niestlé, 1958);

*Ma il matematico allontana con piacere lo sguardo dalla realtà, e può farlo perché i legami logici garantiscono un veloce progresso. Così viene formato “il forziere” degli esperimenti matematici, il quale deve essere sistematizzato a sua volta. Con quali strumenti? Ovviamente con strumenti matematici.*

*In questo modo viene matematizzata la matematica.*

(da *Cenni di didattica della Matematica*, 1, “Quaderni dell'Unione Matematica Italiana”, n. 12, Bologna, Pitagora, 1979, p. 106; titolo originale: *Zarys dydaktyki matematyki - 1*).

- e) altre matematizzazioni, e in particolare:
    - matematizzazione della Logica;
    - matematizzazione di informazioni in “probabilità”;
    - matematizzazione di raffigurazioni e rappresentazioni.
  - 5) Matematizzazione e ottimizzazione.
  - 6) La matematizzazione dopo le assiomatizzazioni della Matematica.
  - 7) Matematizzazione come patrimonio culturale e di conoscenze (cfr. § 4.1.1):
    - a) componenti operative, formative, culturali della matematizzazione;
    - b) difficoltà di matematizzazione.
  - 8) Matematizzazione e umorismo (cfr. § 3.4).
- NB – Come è ben noto, si è parlato e si parla di *Matematica come linguaggio della scienza*.<sup>20</sup>
- NB – Su matematizzazione e elaboratori elettronici cfr. § 1.3, fase d.
- NB – Sulla necessità di disporre di strumenti di matematizzazione cfr. § 1.3.
- NB – Su successi e limiti della matematizzazione e sull’importanza dei successi rimando al testo di **C. F. Manara** citato nel § 1.2.
- NB – Per ulteriori riflessioni e dichiarazioni sulla matematizzazione e per esempi di trattazioni rimando ai testi citati.

### 1.5 - La matematizzazione nell’apprendimento e nell’insegnamento.

Anche qui, come nel § 1.4, segnalo alcuni aspetti, anche se non è possibile analizzarli.

- 1) Comprensione dell’importanza dei successi della matematizzazione per:
  - a) utilizzazioni della vita quotidiana;
  - b) utilizzazioni specialistiche;
  - c) lo sviluppo della Matematica;
  - d) la cultura<sup>21</sup>.

<sup>20</sup> Segnalo, in particolare:

– *Il numero, linguaggio della scienza* di **T. Dantzig**, Firenze, La Nuova Italia, 1965 (ed. or.: *Number: The Language of Science*, New York, Macmillan, 1930 e 1954);

– “Il linguaggio della scienza” di **C. F. Manara**, *Didattica delle scienze*, nn. 102 e 103.

<sup>21</sup> Cultura sia nel senso *primario* di correlazione alla *natura dell’uomo*, sia nel senso *secondario* di correlazione alle *opere dell’uomo*: cfr., in particolare, l’*Allocuzione all’UNESCO* di **S. S. Giovanni Paolo II** e il *mondo 3* di **K. R. Popper**.

- 2) Acquisizione di capacità di matematizzazione per:
- conoscenza e padronanza di strumenti e metodi matematici, anche per matematizzare;
  - attività della vita quotidiana;
  - attività di lavoro;
  - conoscenza della Matematica.
- 3) La matematizzazione come via alla Matematica:
- matematizzazione come aggancio a conoscenze degli alunni;
  - matematizzazione come risposta a esigenze degli alunni;
  - difficoltà di aggancio a esperienze di alunni e conseguente rischio di *astrusità*;
  - matematizzazione e insegnamento per problemi.
- 4) Matematizzazione e interdisciplinarietà <sup>22</sup>.
- 5) Valore formativo della matematizzazione in relazione a razionalità critica e comportamento.
- NB – Su questo aspetto, invito a meditare la seguente affermazione di **F. De Bartolomeis** <sup>23</sup>:
- Nessuna persona che abbia conosciuto a fondo un matematico (nei suoi comportamenti, nelle sue valutazioni riguardanti problemi pratici o altri settori del sapere) potrebbe dare credito all'idea secondo cui il valore principale della matematica consiste nell'educare l'intelligenza.*
- 6) La matematizzazione come oggetto di insegnamento:
- implicito;
  - esplicito.
- NB – Su matematizzazione e programmi di insegnamento cfr. tavola 3.
- NB – In relazione a un insegnamento esplicito della matematizzazione pare auspicabile una adeguata attenzione degli autori di libri di testo, come pure degli “aggiornatori”, anche con una *guida* alla matematizzazione (che cosa e come matematizzare, con quali strumenti, ...).
- NB – Sul collegamento con l'*idea di Matematica* e con l'*idea di conoscenza della Matematica* cfr. §§ 4.1 e 4.2.

<sup>22</sup> Intendo *interdisciplinarietà* nel senso specifico chiarito dall'accostamento a multidisciplinarietà, pluridisciplinarietà, disciplinarietà composita, transdisciplinarietà riproposto in *Interdisciplinarietà e scuola* di **T. Russo Agrusti** sulla base della trattazione di **J. Jantsch** nel testo del *CERI* (Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement) *L'interdisciplinarietà, problèmes d'enseignement et de recherche dans les Universités*, Paris, OCDE, 1972.

<sup>23</sup> *Sistema dei laboratori*, Milano, Feltrinelli, 1978, p. 143.

## 2. - DE/MATEMATIZZAZIONE.

### 2.0 - Introduzione.

*De/matematizzazione* non risulta essere un vocabolo codificato, anche se la costruzione (evidenziata dal trattino) ne stabilisce il collegamento con *matematizzazione*.

Quindi, *de/matematizzazione* interessa, qui, non solo come capacità di *riconoscere, comprendere, esplicitare* aspetti matematizzati in traduzioni e trattazioni in termini matematici (eventualmente presentati solo come *formulazione* o come *risultato*), ma anche come capacità di *comprendere* le sistemazioni in trattati e teorie e i ripensamenti su risultati e teorie, innanzitutto per quanto riguarda lo *spirito* di queste attività.

Mi pare importante osservare che, se si prescinde da alcuni casi particolari (conti, descrizioni con vocaboli suggeriti dalla Matematica, ...) e da utilizzazioni professionali, si incontrano più frequentemente situazioni già matematizzate o presentate con strumenti matematici (anche se, a volte, senza spiegazioni o impropriamente) che situazioni da matematizzare.

### 2.1 - Su vocabolo, concetto e programmi di insegnamento.

Come si è implicitamente indicato con il collegamento a *matematizzazione*, il vocabolo *de/matematizzazione* può essere utilizzato con vari significati e a diversi livelli di estensione del concetto, per i quali il riferimento è, ovviamente, quanto visto per *matematizzazione* (cfr. §§ 1.0 e 1.1).

Mi limito, quindi, a tre indicazioni.

1) Il vocabolo e il trattino.

Come già accennato, utilizzo il trattino per evidenziare la costruzione del vocabolo e il collegamento con *matematizzazione*.

2) Il concetto nei programmi di insegnamento delle scuole della Repubblica Italiana.

Nei programmi di insegnamento delle scuole della Repubblica Italiana il vocabolo *de/matematizzazione* non compare (con o senza trattino), ma il concetto è presente con l'indicazione esplicita di attività che rientrano nella *de/matematizzazione*.

3) Altri aspetti del concetto.

Rispetto a quanto risulta dai programmi, ritengo importante segnalare esplicitamente (nei §§ 2.2-2.4) altri aspetti della *de/matematizzazione*, auspicando che possano trovare posto nell'apprendimento della Matematica, anche nella scuola.

## 2.2 - Tipi di de/matematizzazione.

In senso stretto la *de/matematizzazione* riguarda:

- 1) ritorno al linguaggio comune per l'interpretazione delle formulazioni o dei risultati;
- 2) de/matematizzazione del significato di condizioni o conseguenze (ad esempio: perché *gruppi di trasformazioni* nella *visione kleiniana* della Geometria).

In senso lato si possono considerare anche:

- 3) utilizzazione diretta di formulazioni e di risultati in simboli o in termini matematici;
- 4) lettura matematica diretta, con ragionamento in termini matematici (ad esempio: *derivate, riconoscimento di coniche mediante invarianti*);
- 5) rielaborazione matematica, con ragionamento in termini matematici (ad esempio: *equazioni differenziali, geometria descrittiva*).

NB – Su linguaggio matematico e linguaggio comune rimando a quanto già detto.

NB – Va tenuta presente la possibilità di componenti soggettive e di errori nella comprensione diretta di testi matematizzati.

## 2.3 - Ambiti della de/matematizzazione.

- 1) De/matematizzazione nella vita quotidiana:
  - a) comprensione di descrizioni, interpretazioni, spiegazioni;
  - b) comprensione di informazioni e di istruzioni;
  - c) comprensione di risultati;
  - d) deduzione di informazioni nascoste (ad esempio: lato della strada sul quale si trova la casa con un certo numero civico, almeno in alcune città; scompartimento nel quale si trova il posto con un dato numero).

NB – Va tenuto presente che la de/matematizzazione può presentare difficoltà e portare a errori.

NB – Va tenuto presente che, a volte, l'utilizzazione di strumenti matematici può essere non necessaria, impropria o con errori e che, quindi, è spesso opportuna una valutazione critica, anche per l'individuazione di errori.

- 2) De/matematizzazione nella scuola:

- a) in Matematica;
- b) in altre materie.

- 3) De/matematizzazione nel lavoro:
    - a) per capire;
    - b) per eseguire.
  - 4) De/matematizzazione nella divulgazione scientifica.
  - 5) De/matematizzazione nella cultura (ad esempio: leggi della prospettiva, cubismo, quadri di **C. M. Escher**, *Flatland* di **E. A. Abbott**).
- NB – Ovviamente, la de/matematizzazione richiede la conoscenza e la padronanza di strumenti matematici, con collegamenti a livelli scolastici e culturali.

#### 2.4. - La de/matematizzazione nell'insegnamento.

- 1) Esigenze di de/matematizzazione:
  - a) nella vita quotidiana;
  - b) nella scuola;
  - c) nel lavoro;
  - d) nella divulgazione scientifica;
  - e) nella cultura.
- 2) Educazione *alla* de/matematizzazione e *con la* de/matematizzazione. Sul valore formativo della de/matematizzazione.
 

NB – Non solo le scienze e la tecnica, ma pure giornali, trasmissioni televisive, presentazioni, istruzioni propongono occasioni opportune, anche in relazione a difficoltà e rischi accennati nel § 1.5.3.
- 3) de/matematizzazione come via alla Matematica.
- 4) de/matematizzazione e interdisciplinarietà <sup>22</sup>.
- 5) La de/matematizzazione come oggetto di insegnamento.
 

NB – La de/matematizzazione non compare esplicitamente in programmi di insegnamento (cfr. § 2.1.2), ma sembra di poter dire che questo non è un impedimento a occuparsi di de/matematizzazione nell'insegnamento.

NB – In relazione a un insegnamento *esplicito* valgono considerazioni analoghe a quelle del § 1.5.6.

NB – Accanto a attività ben note, come la stesura di testi che corrispondano a una data matematizzazione o la descrizione dei processi seguiti per una de/matematizzazione, segnalo la ricerca di assiomatiche *implicite* in ragionamenti, argomentazioni, comportamenti.

NB – Sul collegamento con l'*idea di Matematica* e con l'*idea di conoscenza della Matematica* cfr. §§ 4.1 e 4.2.



### 3. - ESEMPI.

#### 3.0 - Introduzione.

Una *raccolta sistematica di esempi* sarebbe molto interessante e utile, sia come documentazione delle considerazioni precedenti, sia come servizio agli insegnanti.

Ma, anche al livello attuale di raccolta personale, la pubblicazione porrebbe esigenze di spazio e di illustrazioni che portano ben al di là degli obiettivi di questa esposizione.

Mi limito, quindi, a proporre, qui, qualche spunto, a ricordare che varie proposte sono state preparate da *Nuclei di ricerca didattica* (CNR, MPI, MURST) e a segnalare nella nota <sup>24</sup> tre articoli contenenti altri esempi significativi.

#### 3.1 - Esempi “veri” da portare in classe.

Giornali, riviste, presentazioni e istruzioni per prodotti commerciali, offerte d’acquisto con possibilità di rateazione forniscono esempi “veri” che possono essere utilizzati, anche criticamente, in classe.

Inoltre, non è raro trovare errori e imprecisioni stimolanti.

Come *controesempio* segnalo quello della *commutatività* tra IVA e sconto per l’acquirente, proposto da **M. Pellerey** <sup>25</sup> senza tenere conto della non-commutatività per il venditore (e, quindi, della improprietà come situazione “vera”).

NB – Particolare interesse hanno gli esempi che propongono o che consentono discorsi sull’ottimizzazione o sulla utilizzazione di strumenti diversi per matematizzare la stessa situazione.

---

<sup>24</sup> – “La teoria dell’informazione e alcuni giochi matematici”, *Periodico di matematiche*, vol. XLVI, n. 5 (1968);

– “L’ottimizzazione nella scuola dell’obbligo”, *Didattica delle scienze*, nn. 54, 55, 56 (1974-1975);

– “Invito a l’ottimizzazione nella scuola dell’obbligo”, *Incontri sulla matematica*, Roma, Armando, 1984.

<sup>25</sup> *Materiali didattici – esplorazioni di matematica*, Milano, Mursia, 1985, pp. 27-28.

### 3.2 - Giochi e problemi.

Anche *giochi e problemi* forniscono occasioni ben utilizzabili, a volte con possibilità di riferimenti storici [come, ad esempio, alcuni problemi trattati da **N. Tartaglia** nel *General trattato di numeri et misure* (1556-1210)<sup>26</sup>] e di collegamenti a film e audiovisivi<sup>27</sup>.

NB – Ovviamente, spesso è necessario che giochi o problemi siano stati preliminarmente matematizzati. Esempi significativi sono offerti dalla ricerca di *strategie* e dalla nozione stessa di *strategia*<sup>28</sup>.

NB – Interessanti possibilità sono offerte dall'utilizzazione di *personal computer*.

### 3.3 - Interpretazioni di fatti e situazioni.

Si trovano facilmente fatti e situazioni che offrono possibilità interessanti, come, ad esempio, simmetria di posate e di altri oggetti (dal punto di vista non solo descrittivo ma anche interpretativo), forme di oggetti (ruote, porte e finestre, ...), carte stradali, fotografie, informazioni deducibili da utilizzazioni improprie di numeri, “dadi” su “poliedri” diversi dal cubo.

---

<sup>26</sup> Cfr., ad esempio, *Momenti del pensiero matematico* di **C. F. Manara** e **G. Lucchini**, citato in <sup>8</sup>.

<sup>27</sup> Segnalo, in particolare, l'uso di una versione del gioco del *nim* nel film *L'année dernière à Marienbad* di **A. Resnais** su sceneggiatura di **A. Robbe-Grillet**. La sceneggiatura è stata pubblicata in lingua italiana: *L'anno scorso a Marienbad*, Torino, Einaudi, 1962.

<sup>28</sup> Cfr., ad esempio, il primo dei testi citati alla <sup>24</sup>.

#13.2/5 - r, s1, s2 (cfr. § 13.2.4.5.3.2).

r:

antichità battesimi classica epidemie francia greci  
inghilterra internazionale internazionali italia  
medievale mortalità nascite natalità  
paesi romane sanitaria terra

s1:

affermazioni alfabeto ampliamenti ampliare appello  
attributi attributo calendario carta carte cartine circuiti  
classificano classificare classificarli classificazione classificazioni  
compravendita computer conclusione conclusive conte  
contraddittori convenzionali convenzionalità convenzioni  
costi dadi davanti definiti definizione definizioni  
destra dietro dopo durate fuori generale generali  
giocatore giochi gioco immagini lettere lettura lontano  
luminose mappe ombre orali oralmente orologio parole  
piantine piedi pittura principale principali principalmente  
proposizione prospettiche prospettiva quanto  
regola regolarità regole ritmi schede  
scritte scritto scrittura scritture scrivere  
sequenze sequenziale serialmente seriazioni serie singole singoli  
sinistra so sopra sotto vicino visione visualizzare visualizzazioni

s2:

accanto alcune alcuni allorché almeno  
altra altre altresì altri altro anch' anche ancora anziché assai  
ciascun cioè comunque dapprima dentro dove dunque  
e e/o ecc. ed entro già inoltre intorno invece  
là ma mentre molte molti molto nessun nessuno non  
o ogni oppure ossia ove però pertanto poi pur pure  
qualche qualcuno quando qui quindi se sempre  
solo soltanto spesso su subito taluni tra troppo  
tuttavia tutte tutti tutto  
unici univoche vari varie vario verso viceversa

#13.2/6 - stringhe matematiche (cfr. § 13.2.4.5.4.2).

m0d: 12 1982 802

m0n: 1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) iii)

m1a: 0,45 0,6 45 6

m1f:  $xy=k$   $y=a/x$   $y=ax$   $y=ax^2$   $y=kx$

m1m: 10 3,14

m1s: = < >  $\pi$

m2:

centesimi centinaia cento

decimale decimali decimi decine dieci diecimila

doppio due entrambe entrambi

metà migliaia milione mille prima prime primi primo

quadruplo quarta quarto quattro quinta quinto

secondi secondo sei seicento settimo

terza terzo tre triplo un un' una uno zero

m3:

angolari angoli angolo cerchio circonferenza figura figure

incidenti lati lato linea lineare linee

parallele parallelismo parallelo perpendolari perpendicolarità

piana piane piano poliedri poligonali poligoni poligono punti punto

quadrangoli quadrata quadratica quadratico quadrato

raggi raggio retta rettangolo rette rigida rigidi

sfera solida solide solidi spazi spaziale spaziali spazio

spigoli superficie triangoli triangolo vertici

m4:

gradi grado marca marche minuti miriagrammo ore

m5:

Carroll cartesiane cartesiano Eratostene Eulero-Venn

indo-arabi Pitagora Venn

m6:

aritmetica aritmetiche aritmetici

geometria geometrica geometriche geometrici geometrico

logica logicamente logiche logici logico

logico-insiemistica logico-insiemistiche logico-linguistica

matematica matematiche matematici matematico

matematico-scientifico

probabile probabili probabilistico probabilità

relativa relative relativi relativo relazione relazioni

statistica statistiche statistici

m7:

accrescimento addizione addizioni aggiunge albero  
aleatorie aleatorio algoritmi algoritmo altezza altezze  
ampia ampiezza ampiezze ampio analogia analogie  
approssimate approssimativamente approssimato  
approssimazione approssimazioni area aree areogrammi  
argomentare argomentazione argomentazioni  
assiale associativa astrattiva astrattivi astratto astrazione  
avvenimenti barre base basi bidimensionale bordo  
calcolare calcolatore calcolatori calcolatrici calcoli calcolo  
cambi cambio campione campioni capacità cardinalità  
casi caso casuale casuali certi certo cifra cifre classe classi  
coincidere collettivo collezione collocano collocazione collocazioni  
combinare combinatorie combinatorio combinazioni commutativa  
compasso complementari complementazione complemento  
composizione composizioni comune comuni  
congetturare congetture congruenti congruenze connettivi  
conseguente conseguenza conseguenze  
contando contano contare contarli conteggio  
continua continui continuo conto controesempi  
coordinata coordinate correlare correlazione correlazioni  
corrispondente corrispondenti corrispondenza corrispondenze  
costante costanti  
dati dato dedurre deduttiva deduzione  
deformate diagramma diagrammi  
dimensionali dimensione dimensioni dimostrato dimostrazione  
dinamica dinamicamente dinamico dipendenza  
diretta direttamente dirette diretti diretto direzioni  
discreto discussione discutere disegnare disegni disegno  
disequazioni dispari dispersione distanza distanze  
distributiva distribuzione distribuzioni disuguali  
dividere divisione divisioni divisore divisori  
elementare elementari elevamento elevati enunciati enunciato  
equazioni equiestensione equiprobabili equiscomponibilità  
equivalente equivalenti equivalenza equivalenze

esatto esplorano esplorare esplorazione  
esponente esponenziale espressione espressioni estensioni  
estratto estrazione estrazioni eventi evento  
facce falso fattori flusso  
forma formale formali formalizzare  
formalizzate formalizzato formalizzazione formalizzazioni  
forme formule forse frase  
frazionario frazione frazioni frecce  
frequenza frequenze funzione funzioni  
geopiano graduata graduazioni  
grafi grafica graficamente grafiche grafici grafico  
grande grandezza grandezze impicciolimenti impicciolimento  
implica implicate implicati implicite  
impossibile impossibili impossibilità  
incertezza incertezze incerti inclusioni  
incolonnamento ingrandimenti ingrandimento  
insieme insiemi insiemistica insiemistiche  
intera intere interi intero  
intersezione intervalli invarianti invariantiva  
inversa inverse ipotesi irrazionali irregolari  
isometrie isoperimetria istogramma istogrammi  
larga legge leggi letterale localizzare localizzazione  
lunga lunghezza lunghezze lungo luogo  
maggiore massimo  
matematizzare matematizzati matematizzazione  
media mediana medie meno metrico  
minimo minore misura misurabili misurare  
misurati misurazione misurazioni misure  
moda modelli modellizzare modello  
moltiplicare moltiplicatori moltiplicazione moltiplicazioni  
mosse movimenti multibase multipli multiplo  
n. naturale naturali notevole notevoli  
numerare numerazione numerazioni numeri numerica  
numeriche numerici numerico numero numerose  
omotetie operare operatori operazione operazioni  
ordinalità ordinamenti ordinamento ordinano  
ordinare ordinarli ordinati ordinato ordine ordini  
orientarsi orientata orientato origine orizzontale  
parentesi pari percentuale percentuali  
perimetri perimetro perpendicolare più

polinomiale polinomio popolazione popolazioni  
positivamente positive positivo  
posizionale posizionali posizione posizioni  
potenza potenze prestiti  
prevedere previsione previsioni prevista  
problema problematica problematiche problematici problemi  
prodotte prodotto progressioni  
progressiva progressivo proporzionali proporzionalità proporzioni  
proprietà provandole  
quantificano quantificare quantificazione quantificazioni  
quantità quantitativa quantitativi  
radice rapporti rapporto razionale razionali  
reciproca reciproche reciproco regressivo  
reticolati reticolato ricomposizione ricomposizioni  
riduzioni riferimenti riferimento riferite riferiti riga  
rilevamenti rilevato rilevazioni riporti riprodurre  
risolutiva risolutive risolutivi risolutivo risoluzione  
risolvere risolverlo  
risulta risultare risultati risultato risulterebbe  
rotazione rotazioni  
scala scomposizione scomposizioni senso  
simboli simbolica simboliche simbolici  
simbolizzazione simbolo simbologia  
simili similitudini simmetria simmetriche simmetrie  
sistema sistemi situazione situazioni  
soluzione soluzioni somma somme  
sottograduazioni sottomultipli sottrazione sottrazioni  
spazio-temporali squadra stimare stime  
strategia strategie  
struttura strutturali strutturati strutture  
successione successioni tabelline teorema  
trasformare trasformazione trasformazioni  
traslazione traslazioni tridimensionali  
uguaglianza uguale uguali ugualmente  
unione unità variabile variabili  
verifica verificano verificare verificarle vero  
verticale virgola volume volumi

#13.2/7 - ve e vp matematiche (cfr. § 13.2.4.5.4.3).

ve (compresi avverbi in -mente):

approssimativamente contarli dedurne dinamicamente  
direttamente graficamente logicamente ordinarli orientarsi  
positivamente provandole risolverlo ugualmente verificarle

vp:

areogrammi bidimensionale centesimi circonferenza  
conseguente conseguenza conseguenze controesempi  
correlare correlazione correlazioni  
corrispondente corrispondenti corrispondenza corrispondenze  
deformate diagramma diecimila disequazioni dispari disuguali  
equiestensione equiprobabili equiscomponibilità  
equivalente equivalenti equivalenza equivalenze  
geometria geometrica geometriche geometrici geometrico  
geopiano impossibile impossibili impossibilità  
incertezza incertezze incerti ipotesi irrazionali  
irregolari isometrie isoperimetria istogramma istogrammi  
miriagrammo multibase omotetie percentuale percentuali  
perimetri perimetro poliedri poligonali poligoni poligono  
polinomiale polinomio prevedere previsione previsioni prevista  
quadrangoli rettangolo ricomposizione ricomposizioni riprodurre  
scomposizione scomposizioni seicento  
simmetria simmetriche simmetrie  
sottograduazioni sottomultipli sottrazione sottrazioni superficie  
trasformare trasformazione trasformazioni  
triangoli triangolo tridimensionali



### 13.3 TEORIE MATEMATICHE E TEORIE SULLA MATEMATICA

13.3.1.1.1 È ben noto, e abbiamo già visto (cfr. § 7.3.7), che la Matematica viene abitualmente strutturata in settori, considerati innanzitutto in base a oggetti di studio, in relazione ai quali possono essere evidenziati criteri di studio.

13.3.1.1.2 In particolare, in &B3 sono state riportate le “dichiaratorie” dei settori dell’*Area 01 – Scienze matematiche e informatiche* dell’università italiana (*DM 4 ottobre 2000*)

13.3.1.1.3 Non pare necessario soffermarsi, qui, su altre strutturazioni.

13.3.1.2.1 Interessa, invece, richiamare l’attenzione sul fatto che le strutturazioni implicano un lavoro di sistemazione, in relazione al quale si possono distinguere due filoni:

- **teorie matematiche**, intese come sistemazioni di parti della Matematica, opportunamente individuate;
- **teorie sulla Matematica**, intese come trattazioni sulle funzioni, sulle caratteristiche, sulle basi del **sapere matematico**, nell’ordine di idee proposto in § 4.3 come **statuto epistemologico** o da altri punti di vista.

13.3.1.2.2 È opportuno osservare che l’interesse per le sistemazioni non intende in alcun modo sminuire l’importanza della acquisizione di risultati, nell’ordine di idee proposto da GODFREY HAROLD HARDY nel brano riportato in #5.2/1–168 o in quello del miglioramento di dimostrazioni, e delle utilizzazioni, anche nel senso di § 4.1.2.5.

13.3.2.1.1 Sulle teorie matematiche interessa, innanzitutto, osservare l'importanza di trattazioni sistematiche non soltanto per ordinare i risultati, ma anche per coordinarli in una visione unitaria e poterli considerare criticamente, sia dal punto di vista degli strumenti e dei metodi, sia dal punto di vista dei criteri di studio, sia dal punto di vista dei risultati.

13.3.2.1.2 Considerazioni in proposito verranno proposte per singoli argomenti.

13.3.2.2 A titolo di esempio su argomenti relativi a nozioni fondamentali, segnalo i successivi ampliamenti del concetto di numero (che verranno considerati in § 20), la visione kleiniana della Geometria (che verrà considerata in § 21), gli sviluppi relativi alle cosiddette Geometrie non euclidee (cfr. § 4), la Geometria delle trasformazioni (che verrà considerata in § 21).

13.3.2.3.1 Un esempio particolarmente significativo è quello del calcolo delle probabilità, che, come è ben noto, è stato ed è oggetto di diverse *concezioni*.

13.3.2.3.2 In *Uno sguardo alle principali concezioni probabilistiche* (Milano, Giuffrè, 1986), GIAMPIERO LANDENNA e DONATA MARASINI elencano (pag. 3–5)

- a) La concezione ‘matematica’ o ‘classica’ [...],
- b) La concezione ‘frequentista’ [...],
- c) La concezione ‘soggettivista’ [...],
- d) Una concezione di natura logica [...],
- e) Un'altra concezione che ha il suo unico esponente in R. Carnap [...],

aggiungendo che “oltre a quelle citate, altre concezioni sono emerse” e che c'è una “impostazione assiomatica”.

13.3.2.3.3 In #13.3/1–560 sono riportate alcune citazioni dal testo citato in § 13.3.2.3.2.

→ #13.3/1–560 Citazioni sulle concezioni probabilistiche

13.3.3.1.1 A proposito di teorie sulla Matematica interessa, innanzitutto, osservare:

- l'esistenza di teorie diverse tra loro,
- l'esistenza di impostazioni diverse tra loro nella considerazione e nella classificazione di dette teorie,
- la possibilità di difficoltà nell'orientarsi su dette teorie,
- l'esistenza di trattazioni specialistiche.

13.3.3.1.2 Qui, non è possibile andare oltre ad alcuni spunti per segnalare la questione, lasciando ai lettori interessati gli approfondimenti.

13.3.3.2.1 In #13.3/2-561, #13.3/3-562, #13.3/4-563, #13.3/5-564 sono riportati estratti orientativi.

- #13.3/2-561 estratti dalla *EST*
- #13.3/3-562 estratti di HASKELL B. CURRY
- #13.3/3-564 estratti di ENNIO DE GIORGI
- #13.3/3-565 estratti di REUBEN HERSH

13.3.3.2.2 Invito a prestare attenzione, anche per eventuali approfondimenti, ai termini:

- fondamenti,
- formalismo, intuizionismo, logicismo,
- realismo, idealismo, platonismo, nominalismo
- formalismo empirico.

13.3.3.3.1 Sull'importanza delle predette teorie per la consapevolezza culturale e per valutazioni e scelte consapevoli non pare necessario soffermarsi.

13.3.3.3.2 I collegamenti con la propria filosofia della vita sono lasciati al lettore, che è invitato a riflettere sulla seguente frase di JOHANN GOTTLIEB FICHTE (1762–1814) <sup>1</sup>:

*Was fuer eine Philosophie man waehle,  
haengt davon ab, was fuer ein Mensch ist.*

---

<sup>1</sup> *Erste Einleitung in die Wissenschaft Lehre in Werke*, ed. Medicus, vol. III, p. 18.  
(Quale filosofia si sceglie, dipende da quale uomo si è.)

#13.3/1 Citazioni sulle concezioni probabilistiche  
dal testo citato in § 13.3.2.3.2 (pag. 3–5)

— *a)* La concezione ‘matematica’ o ‘classica’ appena descritta.

Impostata da B. Pascal (1623–1662), P. Fermat (1601–1665), C. Huygens (1629–1695), essa, per opera soprattutto di P. S. Laplace (1749–1827), diviene verso la fine del XVIII secolo la concezione dominante e lo strumento con cui lo stesso Laplace erigerà la sua famosa teoria della probabilità.

— *b)* La concezione ‘frequentista’ che interpreta la probabilità in base all’esperienza sintetizzata attraverso la frequenza relativa osservata. [...] per opera sopra tutto di G. Venn (1834–1883), F. Galton (1822–1891) e di R. von Mises (1883–1953) [...]

— *c)* La concezione ‘soggettivista’ il cui sviluppo sistematico si è verificato in questo secolo a partire dagli anni venti per opera, in particolare, di F. P. Ramsey, di B. de Finetti (1906–1985) e, successivamente, di L. J. Savage. Detta concezione identifica la probabilità nel ‘grado di fiducia’ (degree of belief) che un individuo pone nel verificarsi di un evento o nella validità di una proposizione [...].

— *d)* Una concezione di natura logica che interpreta la probabilità come una relazione ‘oggettiva’ fra proposizioni. In particolare, J. M. Keynes (1883–1946) e H. Jeffreys – principali sostenitori di essa – [...].

— *e)* Un’altra concezione che ha il suo unico esponente in R. Carnap (1891–1970). Questo autore distingue due tipi di probabilità [...].

#13.3/2 Citazioni dalla  
*Enciclopedia della Scienza e della Tecnica*

**Matematica** (LUDOVICO GEYMONAT)

[...] il problema dei rapporti fra Matematica e Logica finì ben presto per investire anche le questioni degli stessi fondamenti delle costruzioni matematiche.

Sorse così il logicismo che sostiene la totale riducibilità della Matematica alla Logica [...], e, in contrapposizione ad esso, sorsero altri indirizzi di pensiero i quali invece sostengono che la Matematica tratta di enti e operazioni caratteristicamente suoi, irriducibili alla Logica. Il lettore può consultare in proposito le voci LOGICISMO, FORMALISMO, INTUZIONISMO. [...]

**Formalismo** (ETTORE CASARI)

L'indirizzo formalista nella discussione intorno ai fondamenti della Matematica può, entro determinati limiti, venir riguardato da un lato come il punto di arrivo di una certa impostazione del metodo assiomatico fattasi lentamente strada nel secolo scorso e dall'altro come il tentativo di mediare due esigenze apparentemente inconciliabili scaturite dalla crisi dei fondamenti apertasi con la scoperta delle antinomie della teoria degli insiemi. [...]

**Logicismo** (ETTORE CASARI)

L'indirizzo logicista nella discussione intorno ai fondamenti della Matematica trae la sua origine dalle indagini di G. Frege intorno alla teoria dei numeri naturali.

La sostanza del programma logicista, già chiaramente formulato e perseguito da Frege, può venir così brevemente caratterizzata: si tratta di definire i concetti fondamentali della teoria dei numeri naturali in termini puramente logici sicché ogni proposizione aritmetica risulti essere una proposizione logica. [...]

**Intuizionismo** (ETTORE CASARI)

L'indirizzo intuizionista o, come i suoi rappresentanti preferiscono, neointuizionista, nella discussione intorno ai fondamenti della Matematica può considerarsi come la più vigorosa e articolata reazione ai metodi e agli sviluppi della Matematica della seconda metà del secolo scorso e come il più conseguente tentativo finora realizzato per reinstaurare in essa quel genuino carattere di costruttività che, pur nella nebulosità di certe formulazioni, aveva dominato il periodo precedente. [...]

#13.3/3 *Osservazioni sulla definizione e sulla natura della Matematica* di HASKELL B. CURRY  
 in *La filosofia della Matematica*  
 a cura di CARLO CELLUCCI,  
 Bari, Laterza, 1967 (pag. 153–159)

— indice ricostruito

pag. 153 [introduzione]

pag. 154 1. Il problema della verità matematica.

pag. 155 2. La definizione formalista della matematica.

pag. 157 3. Verità e accettabilità.

pag. 159 2. Matematica e logica.

— citazioni

[...] La tesi principale è che la matematica può essere concepita come una scienza oggettiva, indipendente da qualsiasi assunzione filosofica tranne quelle più rudimentali. Essa è un sistema di proposizioni su un certo argomento, vere nella misura in cui corrispondono ai fatti. Il punto di vista qui sostenuto è una specie di formalismo, che si può chiamare formalismo empirico.

[...]

Tre sono i punti di vista fondamentali sulla matematica: il realismo, l'idealismo e il formalismo. [...]

Dal punto di vista realista le proposizioni matematiche esprimono le proprietà più generali dell'ambiente fisico. Quantunque si tratti del punto di vista primitivo sulla matematica, tuttavia, per il ruolo essenziale svolto nella matematica dall'infinito, esso è oggi insostenibile.

Dal punto di vista idealista la matematica si occupa delle proprietà di oggetti mentali di qualche tipo. Esistono di esso varie versioni, a seconda della natura degli oggetti mentali. Le più radicali sono il platonismo [...] e l'intuizionismo [...].

Dal punto di vista formalista il concetto centrale della matematica è quello di sistema formale. Tale sistema è definito da un insieme di convenzioni, che chiamerò la sua *struttura primitiva*, ottenuto precisando in primo luogo quali sono gli oggetti della teoria, che chiamerò *termini*, in secondo luogo come stabilire certe proposizioni su tali termini, che chiamerò *proposizioni elementari*, cioè quali *predicati* (classi, relazioni, ecc.) prendere come fondamentali, e in terzo luogo quali di queste proposizioni elementari sono vere.

[...]

#13.3/4 Citazioni da *Matematica e cultura*  
di ENNIO DE GIORGI  
in *La cultura strumento di ripresa della vita*,  
Milano, Jaca Book, 1982 (pag. 71–79)

[...]

Un primo dilemma che si pone al matematico, almeno in forma implicita [...], è il dilemma sulla natura degli enti che egli studia, sulla natura dei numeri, delle rette, dei punti, degli insiemi, degli spazi e così via.

Sostanzialmente direi che esistono due teorie, anzi due atteggiamenti dominanti. Il primo atteggiamento, quello “realistico”, sostiene: “Questi enti non sappiamo bene che cosa siano, non sono realtà sensibili, non sono neppure realtà spirituali, nel senso di quelle considerate dalla religione, non sono forse neppure enti simili a quelli considerati dai metafisici, ma intanto, in qualche modo, esistono”.

[...]

Il secondo atteggiamento è quello “nominalistico”, che sostanzialmente asserisce: “Non ci sono i numeri, non ci sono rette, non c’è nulla, esistono solo delle parole che costituiscono i teoremi, che possono essere opportunamente formalizzate e da cui, mediante certe regole – le regole deduttive – si ricavano altre file di parole che saranno le tesi dei teoremi”.

[...]

#13.3/5 Dalla *Prefazione di Cos'è davvero la matematica*  
di REUBEN HERSH, Milano, Baldini & Castoldi, 2001  
(*What is Mathematics, really?*, 1997)

[...]

Questo libro propone una risposta radicalmente diversa da quelle tradizionali. Ripudia il platonismo e il formalismo, pur riconoscendo le ragioni che possono farli sembrare plausibili. Quello che cerco di mostrare è che, *da un punto di vista filosofico*, la matematica deve essere considerata come un'attività umana, un fenomeno sociale che fa parte della cultura umana. E, in quanto tale, evoluta storicamente e intelligibilmente solo in un contesto sociale. Questa concezione è quella che chiamo la concezione umanista.

Uso il termine “umanesimo” includendovi tutte le filosofie che concepiscono la matematica come prodotto e caratteristica delle culture e delle società umane. Uso invece i termini “concettualismo sociale” o “socio-storico-culturale” o “filosofia storico-sociale” per indicare più specificamente i miei punti di vista.

Questo libro è un attacco sovversivo alle filosofie della matematica, non alla matematica. Prima viene la matematica, poi si filosofeggia su di lei, non viceversa. Attaccando il platonismo e il formalismo e le filosofie dei novelli seguaci di Frege, voglio difendere il nostro diritto di far matematica così come la facciamo. Questo libro nasce dall'amore per la matematica e dalla gratitudine che provo verso i suoi creatori.

Naturalmente, è una cosa del tutto ovvia che la matematica sia un'attività umana, che si svolge all'interno di una società e che si sviluppa storicamente. Tuttavia, questa semplice osservazione è in genere considerata irrilevante per rispondere al problema filosofico: “Che cos'è la matematica?” Ma senza tener conto del contesto sociale, i problemi della filosofia della matematica diventano intrattabili. Se inseriti in un contesto sociale, invece, possono essere descritti e analizzati ragionevolmente.

[...]