

Argomento 10

Soluzioni

Sol. Ex. 10.1

- 1) Si, la funzione integranda è illimitata in ogni intorno destro di $x = 1$.
- 2) No, la funzione integranda è continua (e quindi limitata) in $[2, 10]$.
- 3) No, la funzione integranda è prolungabile con continuità in $[0, 3]$, ponendo $f(0) = 1$.
- 4) Si, la funzione integranda è illimitata in ogni intorno destro di $x = -4$.
- 5) Si, la funzione integranda è illimitata in ogni intorno destro di $x = 0$.
- 6) No, la funzione integranda è prolungabile con continuità in $[0, 5]$, ponendo $f(0) = 2$.

Sol. Ex. 10.2

$$1) \int_3^{12} \frac{1}{\sqrt{x-3}} dx = \lim_{c \rightarrow 3^+} [2\sqrt{x-3}]_c^{12} = 6$$

$$2) \int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{2(x-1)^2} \right]_2^c = \frac{1}{2}$$

$$3) \int_1^3 \frac{1}{(x-1)^3} dx = \lim_{c \rightarrow 1^+} \left[-\frac{1}{2(x-1)^2} \right]_c^3 = +\infty$$

$$4) \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+4}} dx = [2\sqrt{x+4}]_1^c = +\infty$$

$$5) \int_{-\infty}^7 e^x dx = \lim_{c \rightarrow -\infty} [e^x]_c^7 = e^7$$

$$6) \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} [\arctan x]_0^c = \frac{\pi}{2}$$

Sol. Ex. 10.3

$$1) \int_{-\infty}^0 xe^x dx = \lim_{c \rightarrow -\infty} [(x-1)e^x]_c^0 = -1$$

$$2) \int_e^{\infty} \frac{1}{x \log x} dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} [\log |\log x|]_e^c = +\infty$$

$$3) \int_1^{+\infty} \frac{2x+3}{(x^2+3x)^2} dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{x^2+3x} \right]_1^c = \frac{1}{4}$$

$$4) \int_2^{+\infty} \frac{(\log x)^2}{x} dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{3} (\log x)^3 \right]_2^c = +\infty$$

$$5) \int_0^1 \log x dx = \lim_{c \rightarrow 0^+} [x \log x - x]_0^1 = -1$$

$$6) \int_0^{\pi/2} \tan x dx = \lim_{c \rightarrow \pi/2} [-\log(\cos x)]_0^c = +\infty$$

Sol. Ex. 10.4

- 1) $a > 1$; 2) $a < 1$; 3) nessun a .

Sol. Ex. 10.5

1) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{4+x}{2+x^2} \sim \frac{1}{x}$, quindi l'integrale diverge.

2) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{1}{\sqrt{x(2+x^2)}} \sim \frac{1}{x^{3/2}}$, quindi l'integrale converge.

3) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{\sqrt{x}}{x+3} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$, quindi l'integrale diverge.

4) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{1}{\sqrt{x+\sin x}} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$, quindi l'integrale diverge.

5) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{\sqrt[3]{x}-\sin x}{x(1+3x)} \sim \frac{1}{3x^{5/3}}$, quindi l'integrale converge.

6) Per $x \rightarrow +\infty$ si ha $\frac{e^{-x}+\sqrt{x}}{x+3} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$, quindi l'integrale diverge.

Sol. Ex. 10.6

1) Per $x \rightarrow 0^+$ si ha $\frac{1}{\sqrt{x(2-x)}} \sim \frac{1}{\sqrt{2x}}$, quindi l'integrale converge.

2) Per $x \rightarrow 0^+$ si ha $\frac{\sqrt{x}}{e^{x^2}-1} \sim \frac{1}{x^{3/2}}$, quindi l'integrale diverge.

3) Per $x \rightarrow 0^+$ si ha $\frac{x\sqrt{x}}{e^{x^2}-1} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$, quindi l'integrale converge.

4) Per $x \rightarrow 0^+$ si ha $\frac{\cos^2 x}{x(5-\sqrt{x})} \sim \frac{1}{5x}$, quindi l'integrale diverge.