

TC

11 | 12 | 20 | 25

$\mathcal{O}(X) \neq \emptyset$

U

Set

$\Omega \in \text{Set}$

$\Omega(U) = \{ \text{cosecche su } U \}$

$\forall U \in \mathcal{O}(X)$

S circolo su U
sempre di

$S = \{ V \mid V \subseteq U \}$ t.c.

$W \subseteq V \subseteq U \Rightarrow W \in S$

S = downward closed subset of $\mathcal{O}(U)$
Set \leftarrow TOPOS \rightarrow afek di X contenute in U

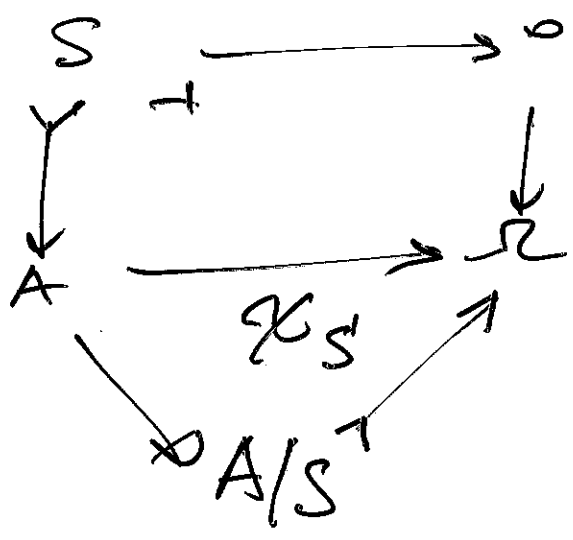
AS \leftarrow CAT. ABELIANA

AS ha un oggetto classificatore di sottoggetti? Supp \exists tale

$\sigma : \mathbb{1} \rightarrow \Omega$

l'unica freccia $0 \rightarrow 0$

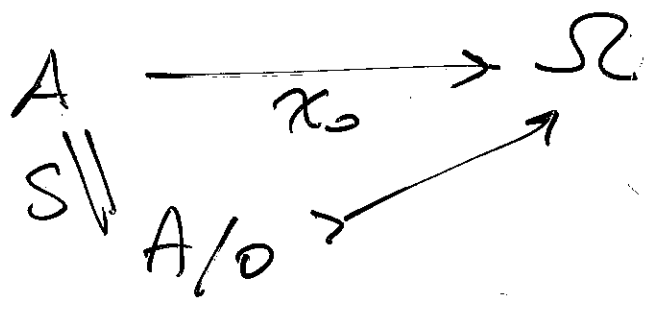
\forall sottogruppo $S \subset A \quad \exists! \chi_S \text{ t.c. } \chi_S^2$



$$S = \chi_S^{-1}(0)$$

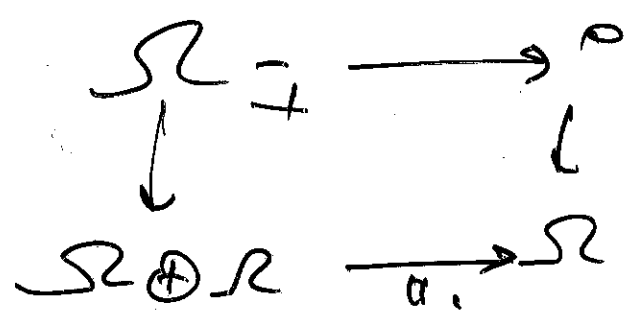
kernel of χ_S

in particolare $S \subset 0$



quindi Ω dovrebbe contenere tutti gli altri gruppi: ASSURDO

$$A = \Omega \oplus \Omega \quad \Omega \oplus \Omega \xrightarrow{\chi_0} \Omega$$



$\Sigma = \text{POBS}$ ELEMENTARE

- ① Σ LEX ha limiti fini
- ② Σ CARTESIANA CHIUSA
- ③ Σ ha class. di SOTTOBETTI

EX $\mathcal{L} \xrightarrow{J} \Sigma$ Σ cat con limiti fini

\mathcal{L} sottocatégorie piena J immersione

\mathcal{L} è riflessiva $\Leftrightarrow R \dashv J$

Allora \mathcal{L} è chiusa per limiti (finiti) colti, se $(L_i)_{i \in I}$ è

un diagramma in \mathcal{L} e

$L = \text{luc}(L_i)_{i \in I}$ è un suo

limite in $\Sigma \Rightarrow L \in \mathcal{L}$

e $L = \text{luc}(L_i)_{i \in I}$ è limite in \mathcal{L}

Df $L \hookrightarrow E$ (con E lex)

\bar{e} una localizzazione di E
se \bar{e} una sottocategoria riflessiva
 $R \dashv J$ con R che presenta!
limiti finiti

EX 1) E categoria chiusa
 $\Rightarrow L$ e' categoria chiusa

2) $\& E$ ha class. di sottoggetti
 $\Rightarrow L$ " "

E topoi $\Rightarrow L$ e' un topoi

EX Topoi : Set sopra \mathcal{C}^{op}
Set \mathcal{C}^{op} Set fin \mathcal{C}^{op}

LOCALIZZAZIONE di Set \mathcal{C}^{op} ?

CONCORSO con Set \mathcal{C}^{op}

$$F(U) = \begin{cases} D(U, \mathbb{R}) = \{f: U \rightarrow \mathbb{R}\} & \text{SI} \\ C(U, \mathbb{R}) = \{f: U \rightarrow \mathbb{R} \text{ cont.}\} & \text{SI} \\ B(U, \mathbb{R}) = \{f: U \rightarrow \mathbb{R} \text{ limitada}\} & \text{NO} \\ K(U, \mathbb{R}) = \{f: U \rightarrow \mathbb{R} \text{ cont.}\} & \text{NO} \\ & \text{O}(x) \text{ op} \end{cases}$$

sees tabs: u Set

Def $F \in \text{Set}$ e seu fecho =

$\Leftrightarrow \forall U \text{ aberto em } X \quad \forall \{U_i\}_{i \in I} \subseteq U$

\forall recobrimento \mathcal{V} aberto $= (U_i)_{i \in I}$ de U

$\bigcup_{i \in I} U_i = U$, dada uma família

$(S_i \in F(U_i))_{i \in I}$ t.c.

$S_i|_{U_i \cap U_j} = S_j|_{U_i \cap U_j} \Rightarrow F!$

$S \in F(U)$ t.c. $S|_{U_i} = S_i$

$$\mathcal{L}(X) = \left\{ \mathbb{F} \in \text{Set}^{\mathcal{O}(X) \text{ op}} \mid \mathbb{F} \text{ fechado} \right\}^6$$

$$\mathcal{L}(X) \xrightarrow{J} \text{Set}^{\mathcal{O}(X) \text{ op}}$$

$\bar{}$ é uma localização de $\mathcal{L}(X)$

$\exists R \dashv J$ R presente: limite final
 de $P \in \text{Set}^{\mathcal{O}(X) \text{ op}}$, s-costeira se

$$\bigwedge P \left(\coprod_{x \in X} P_x \right) \text{ espaço topológico}$$

$$\begin{array}{ccc} & \nearrow s & \downarrow p \\ \mathcal{O}_i \rightarrow X & & \end{array}$$

f espaço local
 $\forall p \in \bigwedge P \exists U$ aberto
 $p \in U$

$$p|_U : U \rightarrow f|_U \text{ homeo}$$

\uparrow aberto

de que costureira esse fecho de X
 $\Gamma(\bigwedge P)(U) = \{ s \mid f|_U \circ s = i|_U \}$
 fecho associado

covering space se U è un aperto

che ricopre U , con

$(U_i)_{i \in I}$ famiglia di aperti

disgiunti e sottoposti a U

$$\bigcup_{i \in I} U_i = U$$

Topologie
↓

quindi

$\forall U \in \mathcal{O}(X)$



$\mathcal{O}(U) =$ covering spaces on U

Se $\mathcal{O}(U) \Rightarrow$ semplice su U che ricopre U

\mathbb{C} Small

Df Dato una topologia di Grothendieck su \mathbb{C} vuol dire asserire

$\forall C \in \mathbb{C}$ una famiglia di

aperti $\mathcal{O}(C) \subseteq \text{Sieves}(C)$

$(S \in \mathcal{O}(C) \Rightarrow$ è una covering of $C)$

foli due

1. Max cuttello = $H_D(-, C) \in \mathcal{D}(C)$

2. cubo di base : $x \in \mathcal{D}(C)$

e $g: D \rightarrow C$, $g^*(S) \in \mathcal{D}(D)$

(nel caso di $\partial(x)$, $(U_i)_{i \in I}$ copie

U e $V \subseteq U$,

$(U \cap V)_{i \in I}$ copie V)

3. Dato $S \in \mathcal{D}(C)$, se $R \in \mathcal{D}(C)$

per cubo su C t.c. $\forall g: D \rightarrow C$

si $S' g^*(R) \in \mathcal{D}(D) \Rightarrow R \in \mathcal{D}(C)$

(per $\partial(x)$): se $(U_i)_i$ copie U

e $(V_i)_i$ copie $U_i \forall i \Rightarrow$

$(V_i)_i$ copie U

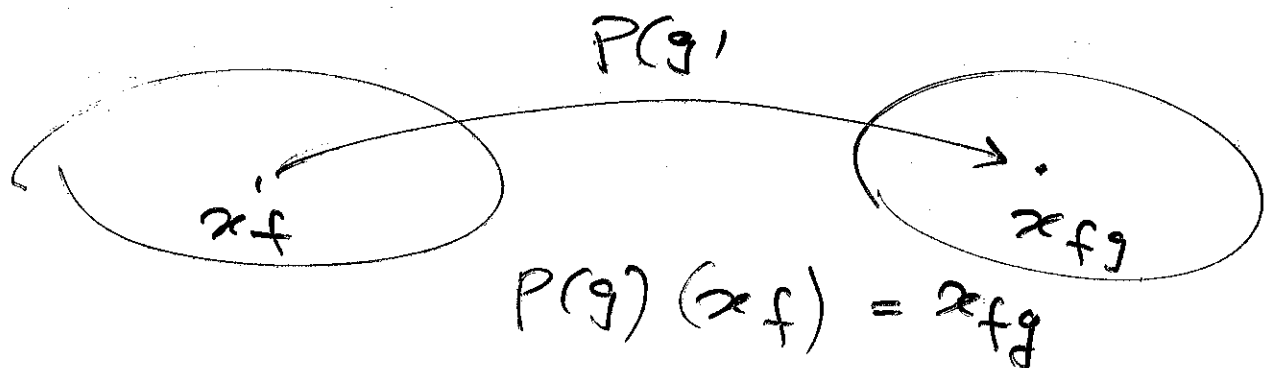
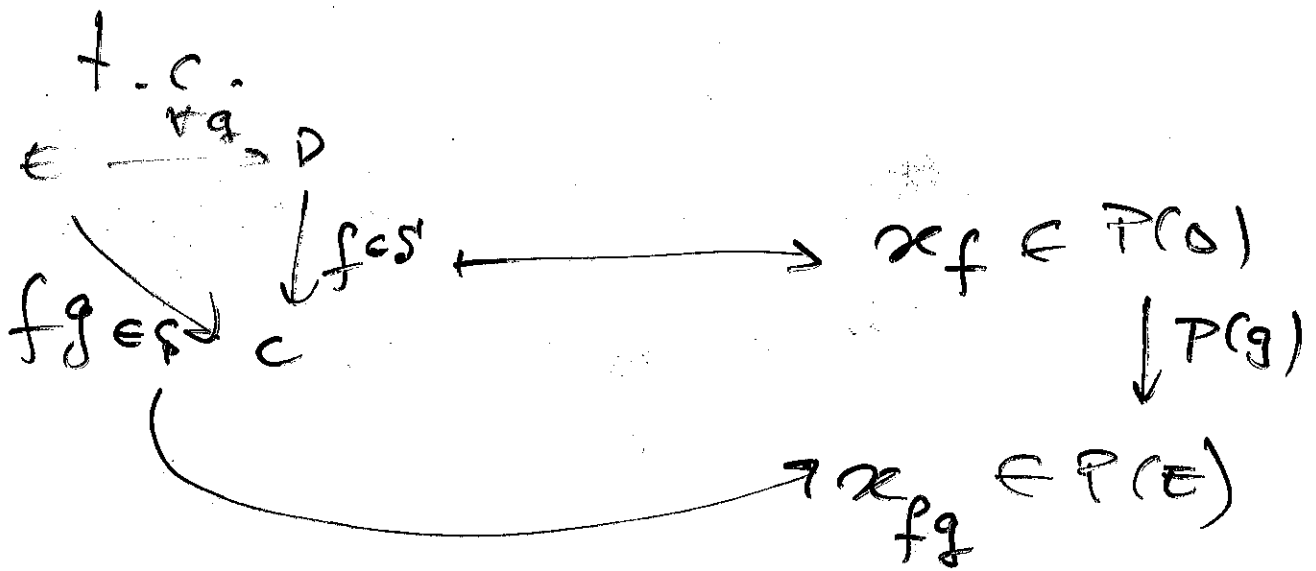
$(\mathcal{D}, \mathcal{D}_0)$ è dunque SITO (di Groth.)

$P \in \text{Set}^{\mathcal{A} \text{ op}}$ $(\mathcal{A}, \mathcal{D}_B)$ un sito (9)
 S un oggetto nel \mathcal{C} ($S \xrightarrow{\cdot} H_C$)

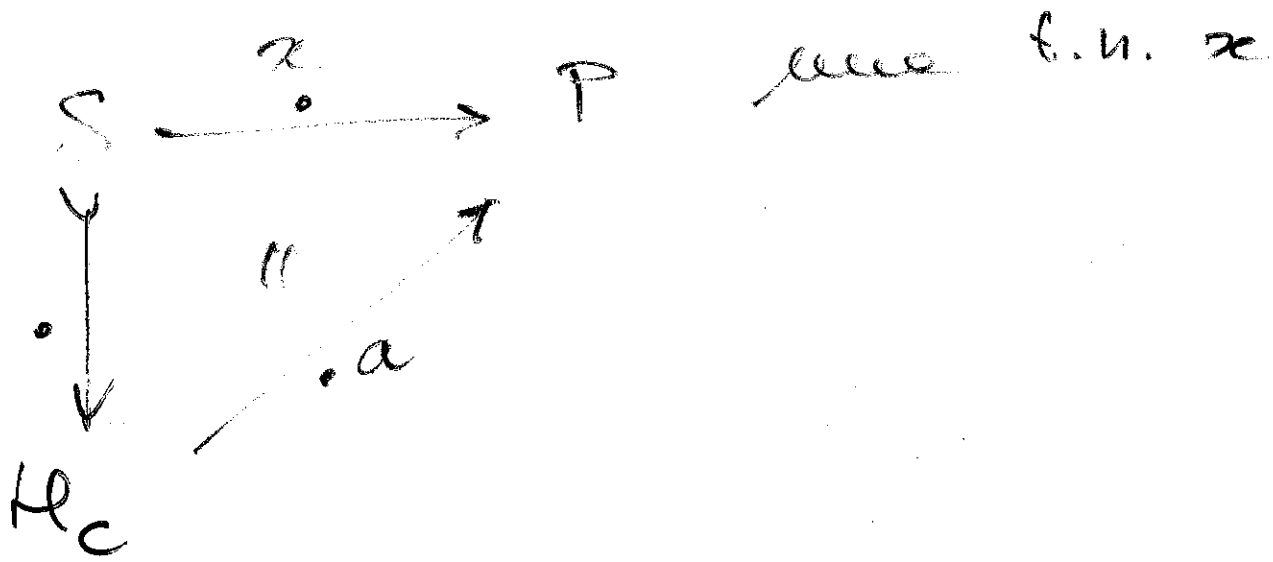
Df Una metalingua famiglia di
 elementi di P per S è data
 da una famiglia $(x_f)_{f \in S}$ con

$$x_f \in P(\text{dom } f) \quad P(D) \ni x_f$$

$$f: D \rightarrow C \quad \begin{matrix} \downarrow \\ P(C) \end{matrix}$$

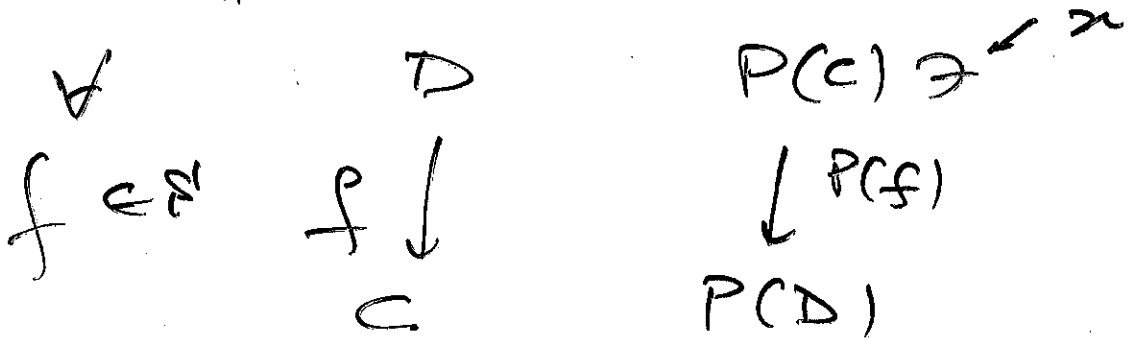


$\exists x$
 Dato una famiglia
 di P su S equitate e dato



Df Dato una m.f. $(x_f)_{f \in S}$ su S

una famiglia $(x_f)_{f \in S}$
 e un elemento $\alpha \in P(C)$ t.c.



$$P(f)(\alpha) = \alpha_f$$

equivalente a $H_c \rightarrow P$

Def: $P \in \text{Set}^{\mathcal{C} \times \mathcal{D}}$ è una classe (11)
 per $(\mathcal{C}, \mathcal{D}) \Leftrightarrow \forall S \in \mathcal{D} \cap \mathcal{C}$
 e ogni m.f. $(x, f) \in S$
 su S , $\exists!$ l'elemento
 x di (x, f)