Funzioni integrali

(Marco Vignati 16/17)

Studiare, nel modo più esauriente possibile, le seguenti funzioni, e tracciarne un grafico qualitativo.

1] $F(x) = x \int_2^x \frac{e^{-2t}}{t+1}\, dt$

2] $F(x) = \int_{1/2}^x \exp\left(\frac{\log t}{t^3}\right) \left[\arctan (t-2)^3\right] dt$

3] $F(x) = \sqrt{|\log x|} - \int_1^x \frac{dt}{t^2 \sqrt{|\log t|}}$ (no segno di F'')

4] $F(x) = \int_1^x \left(te^{1/2t} - \frac{1}{t+4e^t}\right) dt + 1 - x$ (no convessità)

e poi mostrare che F è invertibile in $(0, +\infty)$; se $x = F^{-1}(y)$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di F^{-1} nel punto di ascissa $y = 0$.

5] $F(x) = -x + \int_0^x \frac{e^{-t}}{\arctan \sqrt[3]{t+1}}\, dt$

6] Estendere ad $x = 0$ la funzione

$$F(x) = \int_{x/2}^{2x} \frac{e^{-t^2}}{t}\, dt$$

in modo da ottenere una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, e studiarne il grafico.