Cognome	**Nome**	**matr.**
L.Tr. in Fisica	**Analisi Matematica 2**	proff. Molteni e Vignati
5/7/2017	**prova scritta #2**	vers. A

1A] (4 p.ti) **i)** Stabilire per quali $p \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$I(p) := \int_0^{\ln(4/3)} \frac{dt}{t^p\sqrt{e^t - 1}} \qquad \text{converge.}$$

ii) Calcolare il valore $I(0)$.

Risp. **i)** **ii)**

2A] (4 p.ti) Data la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}(n+2)x^n$:
i) individuarne l'insieme di convergenza D,
ii) determinare la funzione elementare che ha tale rappresentazione in D.

Risp. **i)** **ii)**

3A] (6 p.ti) **i)** Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 5\sin x - e^x.$$

iii) Risolvere (PC) $\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = 5\sin x - e^x \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Risp. **i)** **ii)** **iii)**

4A] (8 p.ti) Si consideri, per $a > 0$, il problema di Cauchy (PC_a) $\begin{cases} y' = \dfrac{1+y^4}{4y^3(x^2+1)} \\ y(0) = a \end{cases}$

i) Determinarne la soluzione locale.

ii) Determinarne, al variare di a, la soluzione massimale e il suo insieme di definizione, fornendone un grafico qualitativo.
Sol.

5A] (8 p.ti) Sia $Q := [0, +\infty) \times [0, +\infty)$ e sia $g : Q \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x, y) := \frac{xy}{1 + 9x^2 + y^2}.$$

Determinare $\sup\limits_Q g$ e $\inf\limits_Q g$, specificando se (e dove) tali valori vengono assunti.

Sol.

Cognome	**Nome**	**matr.**
L.Tr. in Fisica	**Analisi Matematica 2**	proff. Molteni e Vignati
5/7/2017	**prova scritta #2**	vers. B

1B] (4 p.ti) **i)** Stabilire per quali $p \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$I(p) := \int_0^{\ln 2} \frac{dt}{t^p \sqrt{e^t - 1}} \qquad \text{converge.}$$

ii) Calcolare il valore $I(0)$.

Risp. **i)** **ii)**

2B] (4 p.ti) Data la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} (n-1)x^n$:
i) individuarne l'insieme di convergenza D,
ii) determinare la funzione elementare che ha tale rappresentazione in D.

Risp. **i)** **ii)**

3A] (6 p.ti) **i)** Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 2e^x - 5\sin x.$$

iii) Risolvere (PC) $\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = 2e^x - 5\sin x \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Risp. **i)** **ii)** **iii)**

4B] (8 p.ti) Si consideri, per $b > 0$, il problema di Cauchy (PC_b) $\begin{cases} y' = \dfrac{1+y^2}{2y(x^2+1)} \\ y(0) = b \end{cases}$

i) Determinarne la soluzione locale.

ii) Determinarne, al variare di b, la soluzione massimale e il suo insieme di definizione, fornendone un grafico qualitativo.
Sol.

5B] (8 p.ti) Sia $Q := [0, +\infty) \times [0, +\infty)$ e sia $g : Q \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x, y) := \frac{xy}{3 + x^2 + 2y^2}$$

Determinare $\sup\limits_Q g$ e $\inf\limits_Q g$, specificando se (e dove) tali valori vengono assunti.

Sol.

Cognome	**Nome**	**matr.**
L.Tr. in Fisica	**Analisi Matematica 2**	proff. Molteni e Vignati
5/7/2017	**prova scritta #2**	vers. C

1C] (4 p.ti) **i)** Stabilire per quali $q \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$I(q) := \int_0^{\ln(4/3)} \frac{dt}{t^q\sqrt{e^t - 1}} \qquad \text{converge.}$$

ii) Calcolare il valore $I(0)$.

Risp. **i)** **ii)**

2C] (4 p.ti) Data la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}(n-2)x^n$:
i) individuarne l'insieme di convergenza D,
ii) determinare la funzione elementare che ha tale rappresentazione in D.

Risp. **i)** **ii)**

3C] (6 p.ti) **i)** Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 10\sin x + 2e^x.$$

iii) Risolvere (PC) $\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = 10\sin x + 2e^x \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Risp. **i)** **ii)** **iii)**

4C] (8 p.ti) Si consideri, per $a > 0$, il problema di Cauchy (PC_a) $\begin{cases} y' = \dfrac{1+y^4}{4y^3(x^2+1)} \\ y(0) = a \end{cases}$

i) Determinarne la soluzione locale.

ii) Determinarne, al variare di a, la soluzione massimale e il suo insieme di definizione, fornendone un grafico qualitativo.
Sol.

5C] (8 p.ti) Sia $Q := [0, +\infty) \times [0, +\infty)$ e sia $g : Q \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x, y) := \frac{xy}{3x^2 + y^2 + 1}$$

Determinare $\sup\limits_{Q} g$ e $\inf\limits_{Q} g$, specificando se (e dove) tali valori vengono assunti.

Sol.

Cognome **Nome** **matr.**

L.Tr. in Fisica **Analisi Matematica 2** proff. Molteni e Vignati

5/7/2017 **prova scritta #2** vers. D

1D] (4 p.ti) **i)** Stabilire per quali $q \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$I(q) := \int_0^{\ln 4} \frac{dt}{t^q \sqrt{e^t - 1}} \qquad \text{converge.}$$

ii) Calcolare il valore $I(0)$.

Risp. **i)** **ii)**

2D] (4 p.ti) Data la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}(n+3)x^n$:

i) individuarne l'insieme di convergenza D,

ii) determinare la funzione elementare che ha tale rappresentazione in D.

Risp. **i)** **ii)**

3D] (6 p.ti) **i)** Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x - 10\sin x.$$

iii) Risolvere (PC) $\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = 4e^x - 10\sin x \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Risp. **i)** **ii)** **iii)**

4D] (8 p.ti) Si consideri, per $b > 0$, il problema di Cauchy (PC_b) $\begin{cases} y' = \dfrac{1+y^2}{2y(x^2+1)} \\ y(0) = b \end{cases}$

i) Determinarne la soluzione locale.

ii) Determinarne, al variare di b, la soluzione massimale e il suo insieme di definizione, fornendone un grafico qualitativo.
Sol.

5D] (8 p.ti) Sia $Q := [0, +\infty) \times [0, +\infty)$ e sia $g : Q \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x, y) := \frac{xy}{2 + x^2 + 4y^2}$$

Determinare $\sup_Q g$ e $\inf_Q g$, specificando se (e dove) tali valori vengono assunti.

Sol.