c.l. Fisica | **Analisi Matematica 2** | proff. Molteni/Zanco

04 Luglio 2019 **Seconda prova pre-esame/Secondo appello** a.a. 2018/19

☐ **Seconda prova pre-esame (solo quesiti 1, 2, 3, 4; primo dei due punteggi indicati)**

☐ **Secondo appello (per quesiti 1, 2, 3, 4 secondo dei due punteggi indicati)**

1] *(9 / 6 p.ti)* Determinare l'insieme dei punti di differenziabilità e gli eventuali punti estremanti della funzione reale f così definita su $\mathbb{R}^2$: $f(x,y) = |x^2 - y|x(y-1)$.

2] *(9 / 6 p.ti)* Per ogni valore del parametro reale α si consideri il seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xy(y+2), \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Mostrare che per ogni α esiste un'unica soluzione massimale e determinarla, precisandone l'intervallo di definizione.

3] *(8 / 5 p.ti)* Utilizzando solo la teoria, mostrare che il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + |y| + 1 = 0, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ammette soluzione unica su $\mathbb{R}$. Determinare quindi tale soluzione.

4] *(7 / 4 p.ti)* Determinare il dominio D della funzione reale di variabile reale f così definita

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-nx}}{1 + n^2x^2}.$$

Stabilire quindi su quali intervalli contenuti in D la serie converge uniformemente e se f è di classe $C^{(1)}$ su D.

5] *(6 p.ti)* Al variare del parametro <u>reale</u> α, sia $f_\alpha : \mathbb{R} \times (0, +\infty)$ così definita

$$f_\alpha(x,y) = \frac{2+x}{x^2 + y^\alpha}.$$

Stabilire per quali valori di α si ha $f_\alpha(x,y) \to 0$ per $(x,y) \to \infty$ in $\mathbb{R} \times (0, +\infty)$.

6] *(6 p.ti)* Determinare il dominio D della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x \cdot \int_1^x \frac{\mathrm{d}u}{\sqrt[5]{u}(1+\sqrt{u})^3}$$

e stabilire se il suo diagramma ammette rette asintotiche.