c.l. tr. in Fisica (F63) proff. G.Molteni, M.Vignati

ANALISI MATEMATICA 2

22/02/2018 prova scritta #6 vers. A

Durata: **120** minuti. Va fornita giustificazione del procedimento seguito.

1A] Determinare <u>tutti</u> i punti stazionari della funzione

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) := x^2 y\, e^{x-y}$$

e classificarne la natura.

2A] Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I(\alpha) := \int_0^{+\infty} e^{(\alpha^2+\alpha-2)x} \log(1+e^{-3\alpha x})\,dx$$

3A] Siano $f_n\colon [0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $n = 1, 2, ...$, definite come

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x}\,(x-1)^{2n}$$

i) Determinare l'insieme E di convergenza puntuale, e la funzione limite $f\colon E \to \mathbb{R}$.

ii) Discutere la (eventuale) convergenza uniforme di $\{f_n\}$ ad f, in E e nei suoi sottointervalli.

4A] Determinare <u>tutte e sole</u> le coppie di parametri $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ per le quali la soluzione di

$$\begin{cases} y'' + y = 2\sin x \\ y(0) = a\ ;\ y'(0) = b \end{cases}$$

presenta un punto di minimo relativo con ascissa $x = 0$.

5A]

i) Determinare, al variare del parametro $\beta \in (0,+\infty)$, la soluzione locale y_β del problema di Cauchy

$$(PC_\beta) \qquad \begin{cases} y' = e^x\, y^2 - 2y \\ \\ y(0) = 1/\beta \end{cases}$$

ii) Individuare il più ampio intervallo I_β in cui y_β risolve (PC_β).

c.l. tr. in Fisica (F63) proff. G.Molteni, M.Vignati

ANALISI MATEMATICA 2

22/02/2018 prova scritta #6 vers. B

Durata: **120** minuti. Va fornita giustificazione del procedimento seguito.

1B] Determinare <u>tutte e sole</u> le coppie di parametri $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ per le quali la soluzione di

$$\begin{cases} y'' + y = 2\sin x \\ y(0) = a\ ;\ y'(0) = b \end{cases}$$

presenta un punto di minimo relativo con ascissa $x = 0$.

2B] Siano $f_n\colon [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $n = 1, 2, ...$, definite come

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x}\,(x-1)^{2n}$$

i) Determinare l'insieme E di convergenza puntuale, e la funzione limite $f\colon E \to \mathbb{R}$.

ii) Discutere la (eventuale) convergenza uniforme di $\{f_n\}$ ad f, in E e nei suoi sottointervalli.

3B] Determinare <u>tutti</u> i punti stazionari della funzione

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y) := x^2 y\, e^{x-y}$$

e classificarne la natura.

4B]
i) Determinare, al variare del parametro $\beta \in (0, +\infty)$, la soluzione locale y_β del problema di Cauchy

$$(PC_\beta) \qquad \begin{cases} y' = e^x\, y^2 - 2y \\ \\ y(0) = 1/\beta \end{cases}$$

ii) Individuare il più ampio intervallo I_β in cui y_β risolve (PC_β).

5B] Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I(\alpha) := \int_0^{+\infty} e^{(\alpha^2+\alpha-2)x}\, \log(1 + e^{-3\alpha x})\, dx$$

---

c.l. tr. in Fisica (F63) proff. G.Molteni, M.Vignati

ANALISI MATEMATICA 2

22/02/2018 prova scritta #6 vers. C

Durata: **120** minuti. Va fornita giustificazione del procedimento seguito.

1C] Siano $f_n\colon [0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $n = 1, 2, ...$, definite come

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x}\,(x-1)^{2n}$$

i) Determinare l'insieme E di convergenza puntuale, e la funzione limite $f\colon E \to \mathbb{R}$.

ii) Discutere la (eventuale) convergenza uniforme di $\{f_n\}$ ad f, in E e nei suoi sottointervalli.

2C] Determinare <u>tutte e sole</u> le coppie di parametri $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ per le quali la soluzione di

$$\begin{cases} y'' + y = 2\sin x \\ y(0) = a\ ;\ y'(0) = b \end{cases}$$

presenta un punto di minimo relativo con ascissa $x = 0$.

3C] Determinare <u>tutti</u> i punti stazionari della funzione

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) := x^2 y\, e^{x-y}$$

e classificarne la natura.

4C] Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I(\alpha) := \int_0^{+\infty} e^{(\alpha^2+\alpha-2)x}\,\log(1+e^{-3\alpha x})\,dx$$

5C]

i) Determinare, al variare del parametro $\beta \in (0,+\infty)$, la soluzione locale y_β del problema di Cauchy

$$(PC_\beta) \qquad \begin{cases} y' = e^x\, y^2 - 2y \\ \\ y(0) = 1/\beta \end{cases}$$

ii) Individuare il più ampio intervallo I_β in cui y_β risolve (PC_β).
