

Testo degli esercizi svolti

ESERCIZIO S1

In tabella sono riportati i dati riferiti ad un campione di 1000 persone distinte per pressione arteriosa (Normale o Alta) e peso (Ragionevole o Sovrappeso).

Test	Pressione arteriosa		
	Normale (N)	Alta (A)	
Peso ragionevole (R)	600	100	700
Sovrappeso (S)	200	100	300
	800	200	1000

- Quale è la probabilità di essere sovrappeso? E quella di avere la pressione alta?
- Quale è la probabilità di avere la pressione normale ed essere sovrappeso?
- Essere sovrappeso ed avere la pressione alta sono eventi mutualmente esclusivi? Quale è la probabilità della loro unione?
- Essere sovrappeso ed avere la pressione alta sono eventi indipendenti?
- Quale è la probabilità di avere la pressione alta dato che uno è sovrappeso?

ESERCIZIO S2

Un'urna contiene 2 palline bianche, tre rosse e tre verdi. Viene effettuata un'estrazione (in contemporanea) di tre palline. Quale è la probabilità che ne siano state estratte esattamente due dello stesso colore?

ESERCIZIO S3

L'urna *a* contiene due palline rosse e una nera. L'urna *b* contiene tre palline rosse e due nere. Si sceglie a caso, con uguale probabilità, un'urna e da questa si estrae una pallina. Sapendo che la pallina estratta è nera, calcolare la probabilità che sia stata estratta dall'urna *a*.

ESERCIZIO S4

Un paziente presenta i sintomi *E* e si rivolge al proprio medico. Il medico sa:

- Che i sintomi *E* possono essere causati solo dalle malattie *A* e *B*;
- Le incidenze delle patologie *A* e *B* sono rispettivamente del 5% e del 1%;
- Le verosimiglianze sono: $P(E|A)=0.4$ $P(E|B)=0.8$.

Quale è la probabilità che il paziente abbia la malattia *A*?

ESERCIZIO S5

Viene sperimentato l'uso del test *T* per la diagnosi rapida della patologia *P*. Sono sottoposti ad esame 399 persone di cui 100 affetti da *P*. Sono positivi a *T* 113 individui. La sensibilità di *T* è il 92%.

- Riportare in una tabella 2x2 i numeri dei veri positivi, veri negativi, falsi positivi e falsi negativi;
- Determinare la specificità di *T*;
- Calcolare i valori predittivi positivo e negativo.

Ulteriori esercizi

ESERCIZIO 1

L'urna a contiene due palline rosse e due nere. L'urna b contiene una pallina rossa e tre nere. Si sceglie a caso, con uguale probabilità, un'urna e da questa si estrae una pallina. Sapendo che la pallina estratta è rossa, calcolare la probabilità che sia stata estratta dall'urna b .

ESERCIZIO 2

Le probabilità che un marito e una moglie siano vivi tra 20 anni sono rispettivamente 0,8 e 0,9. Determinare le probabilità che, tra 20 anni:

- entrambi siano vivi;
- nessuno dei due sia vivo;
- almeno uno dei due sia vivo.

ESERCIZIO 3

Un'urna contiene 8 palline rosse, 3 bianche e 9 nere. . Viene effettuata un'estrazione (in contemporanea) di tre palline.

- Quale è la probabilità che siano tutte e tre rosse?
- Quale è la probabilità che siano tutte e tre bianche?
- Quale è la probabilità che almeno una sia bianca?

ESERCIZIO 4

I dati riportati di seguito derivano da uno studio (su un campione NON casuale) che esamina l'uso della ventricolografia radionuclidica quale test diagnostico per l'individuazione della patologia coronarica.

	Malato	Sano	
Positivo	302	80	382
Negativo	179	372	551
	481	452	933

- Determinare la sensibilità e la specificità del test.
- Per una popolazione la cui probabilità di presentare patologie coronariche è 0,10 calcolare la probabilità che un soggetto presenti la malattia in presenza di un risultato positivo al test della ventricolografia radionuclidica utilizzando i valori ottenuti in a).
- Per la stessa popolazione del punto b), calcolare il valore predittivo negativo del test.

ESERCIZIO 5

Un campione di 20 000 uomini partecipano ad un programma di screening per la diagnosi precoce del tumore alla prostata. Di questi, 646 risultano positivi al test, e, sottoposti a biopsia, in 132 casi si riscontra la presenza del tumore. Inoltre, a 93 uomini, risultati negativi al test viene successivamente diagnosticato il tumore, al di fuori del programma di screening. Riportare i dati in tabella e produrre una stima di sensibilità e specificità del test. Calcolare inoltre i valori predittivi positivo e negativo.

ESERCIZIO 6

Uno studio ha affermato che la sensibilità della mammografia quale test di screening per l'individuazione del cancro della mammella è 0,85; la sua specificità è 0,80. In una popolazione in cui la probabilità che una donna abbia un cancro della mammella è 0,0025, qual è la probabilità che una donna abbia un cancro in presenza di una mammografia

positiva? Su un campione di 30 000 donne che si sottopongono a mammografia qual è il numero di casi veri positivi?

ESERCIZIO 7

Un test con sensibilità e specificità pari al 98% viene applicato ad una popolazione di 10 000 soggetti. Supponendo che la malattia testata abbia incidenza del 10%, calcolare il numero dei veri positivi e dei falsi negativi.

ESERCIZIO 8

Un test diagnostico per la malattia M con incidenza del 6% ha sensibilità pari al 94% e specificità pari al 98%. Il test applicato ad un individuo ha dato esito positivo. Calcolare la probabilità che sia malato.

Quale è la probabilità che, sottoponendo al test un individuo malato, il test risulti negativo?

Quale è la probabilità su un individuo a caso l'esito del test sia negativo?

ESERCIZIO 9

Un gruppo di escursionisti organizza una gita in montagna. Il 30% dei partecipanti è fuori allenamento. Coloro che non sono allenati hanno una probabilità di raggiungere la meta del 60%, mentre quelli allenati raggiungono la meta con probabilità pari al 95%.

Quale è la probabilità che un escursionista a caso raggiunga la meta?

Sapendo che un escursionista ha raggiunto la meta, con quale probabilità appartiene al gruppo di quelli allenati?

ESERCIZIO 10

Un'urna contiene 20 palline bianche, 10 rosse e 5 nere? Si estrae una prima pallina (che non viene reinserita nell'urna) e successivamente se ne estrae una seconda.

Determinare la probabilità che la seconda pallina estratta sia rossa.