Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

29 gennaio 2014 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge (precisando se si tratta di convergenza assoluta o semplice):

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \frac{\big(\log|x-2|\big)^n}{n^{\sqrt{2}}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z|z^2| - 3i\bar{z} = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto obliquo per $x \to +\infty$ di

$$f(x) = \sqrt{9x^2 - 2x} \cdot e^{\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x}}.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia f tre volte derivabile in 0 e tale che, per $x \to 0$,

$$f(x) = -1 + (a^2 - 3a + 2)x - (a-2)(a+3)x^2 + (a^4 + 2)x^3 + o(x^3).$$

Al variare di $a \in \mathbb{R}$, il punto $x = 0$ è un punto di:

minimo relativo $\Longleftrightarrow$ .... massimo relativo $\Longleftrightarrow$ ....

flesso a tangente orizzontale $\Longleftrightarrow$ .... flesso a tangente obliqua $\Longleftrightarrow$ ....

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^{n+1}\big[1 + (-1)^{n+1}2^{-n}\big].$$

Allora, $\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots$, $\inf\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots$, $\limsup\limits_{n\to+\infty} x_n = \ldots\ldots$, $\liminf\limits_{n\to+\infty} x_n = \ldots\ldots$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le y \le 1 - \frac{1}{n} - x^2\Big\} \cup \Big\{\Big(1, 1 + \frac{1}{n}\Big)\Big\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n\,.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{B}=$ . . . .

$\overline{B} =$ . . . .

$B' =$ . . . .

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\big[\log e(1+2x)\big]^2 - e^{4x} + 8x^2}{x^2\big(\sqrt{1+\pi x} - \cos x\big)}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

29 gennaio 2014 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge (precisando se si tratta di convergenza assoluta o semplice):

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\big(\log|x-\sqrt{2}|\big)^n}{n^2}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z|z^2| + 5i\bar{z} = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto obliquo per $x \to +\infty$ di

$$f(x) = \sqrt{4x^2+2x} \cdot e^{\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}}\,.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia f tre volte derivabile in 0 e tale che, per $x \to 0$,

$$f(x) = 2 + (a^2-a-6)x + (a-1)(a-3)x^2 + (a^2+3)x^3 + o(x^3)\,.$$

Al variare di $a \in \mathbb{R}$, il punto $x = 0$ è un punto di:

minimo relativo $\Longleftrightarrow$ .... massimo relativo $\Longleftrightarrow$ ....

flesso a tangente orizzontale $\Longleftrightarrow$ .... flesso a tangente obliqua $\Longleftrightarrow$ ....

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^{n+1}\left[2 + (-1)^n \frac{1}{2n}\right].$$

Allora, $\sup_{n\in\mathbb{N}} x_n =$ ...... , $\inf_{n\in\mathbb{N}} x_n =$ ...... , $\limsup_{n\to+\infty} x_n =$ ...... , $\liminf_{n\to+\infty} x_n =$ ....

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ -4 + \frac{1}{n} + x^2 \le y \le 0\Big\} \cup \Big\{\big(\frac{1}{n}, -5\big)\Big\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n\,.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{B}=$ ....

$\overline{B} =$ ....

$B' =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\big[\log e(1+x)\big]^2 - e^{2x} + 2x^2}{x^2\big(\sqrt{1+e^2x} - \cos x\big)}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome.......................... **Nome**...................... **Matricola**.................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

29 gennaio 2014 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione C

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge (precisando se si tratta di convergenza assoluta o semplice):

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\big(\log|x-3|\big)^n}{n^{\sqrt{3}}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z|z^2| + 3i\bar{z} = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto obliquo per $x \to +\infty$ di

$$f(x) = \sqrt{9x^2 + 2x} \cdot e^{-\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x}}.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia f tre volte derivabile in 0 e tale che, per $x \to 0$,

$$f(x) = 3 - (a^2 - 2a - 3)x + (a-2)(a+1)x^2 - (a^2+5)x^3 + o(x^3).$$

Al variare di $a \in \mathbb{R}$, il punto $x = 0$ è un punto di:

minimo relativo $\iff$ ....

massimo relativo $\iff$ ....

flesso a tangente orizzontale $\iff$ ....

flesso a tangente obliqua $\iff$ ....

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \big[-3 + (-1)^{n+1} e^{-n} \big].$$

Allora, $\sup\limits_{n \in \mathbb{N}} x_n =$ ...... , $\inf\limits_{n \in \mathbb{N}} x_n =$ ...... , $\limsup\limits_{n \to +\infty} x_n =$ ...... , $\liminf\limits_{n \to +\infty} x_n =$ ....

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ \frac{1}{n} - 2 + x^2 \le y \le 0\right\} \cup \left\{\left(1, -2 - \frac{1}{n}\right)\right\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \,.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{B}=$ ....

$\overline{B} =$ ....

$B' =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\left[\log e(1+2x)\right]^2 - e^{4x} + 8x^2}{x^2\left(\sqrt{1+\pi^3 x} - \cos x\right)}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

29 gennaio 2014 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione D

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge (precisando se si tratta di convergenza assoluta o semplice):

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\left(\log|x-\sqrt{3}|\right)^n}{n^3}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z|z^2| - 5i\bar{z} = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto obliquo per $x \to +\infty$ di

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 2x} \cdot e^{\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x}}.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia f tre volte derivabile in 0 e tale che, per $x \to 0$,

$$f(x) = -4 - (a^2 + 5a + 6)x - (a+2)(a+1)x^2 - (a^2+5)x^3 + o(x^3).$$

Al variare di $a \in \mathbb{R}$, il punto $x = 0$ è un punto di:

minimo relativo $\Longleftrightarrow$ .... massimo relativo $\Longleftrightarrow$ ....

flesso a tangente orizzontale $\Longleftrightarrow$ .... flesso a tangente obliqua $\Longleftrightarrow$ ....

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \left[4 + (-1)^n \frac{2}{n^2}\right].$$

Allora, $\sup_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots$, $\inf_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots$, $\limsup_{n\to+\infty} x_n = \ldots\ldots$, $\liminf_{n\to+\infty} x_n = \ldots\ldots$.

6] (4 pt.) Se $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le y \le 3 - \frac{1}{n} - x^2\Big\} \cup \Big\{\big(0, 5 + \frac{1}{n}\big)\Big\}, \quad B = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n\,.$$

Determinare:

$\mathring{B}=$ ....

$\overline{B}$ = ...

B' = ...

7] (6 pt.) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\big[\log e(1+x)\big]^2 - e^{2x} + 2x^2}{x^2\big(\sqrt{1+e^3 x} - \cos x\big)}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.