

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)
18 giugno 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti**

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge, specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3x-2}{x-6} \right)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}}.$$

Soluzione:

2] (3 pt.) Scrivere in forma algebrica tutte le soluzioni nel campo complesso di

$$(z+i)^3 + 8 = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Per ogni $a \in \mathbb{R}$, determinare il numero $N(a)$ delle soluzioni reali dell'equazione

$$\frac{e^{x^2}}{x} = a.$$

Soluzione:

4] (5 pt.) Determinare le equazioni di tutti gli asintoti al grafico di

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} + xe^{\frac{x+2}{x-1}}.$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \frac{n}{n+3} + 5 \sin \frac{\pi n}{2}.$$

Allora la classe limite della successione è:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 2|x|\} \quad , \quad B = \{(3, y) : y \in \mathbb{Q}\}$$

e sia $C = A \setminus B$. Determinare:

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{C} = \dots\dots\dots$$

$$\partial C = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \left[\sqrt{1 + \sin^2 x} - 1 - \frac{1}{2} \log(1 + x^2) \right].$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

20 febbraio 2014 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **B**

1] (4 pt.) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge, specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2x-3}{x-6} \right)^n \frac{1}{\sqrt[n]{n}}.$$

Soluzione:

2] (3 pt.) Sia

$$z = \frac{1}{i} + \frac{1}{1-i}.$$

Trovare il minimo intero $n \geq 1$ tale che z^n sia reale negativo.

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \log |1 - e^{1/x}|$$

nel punto di ascissa $x_0 = \frac{1}{\log 3}$.

Soluzione:

4] (5 pt.) Determinare le equazioni di tutti gli asintoti al grafico di

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x - 1}{x - 2} + x e^{\frac{x+2}{x+1}}.$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Data la successione

$$x_n = (-1)^n \frac{n}{n+5} + 3 \sin \frac{\pi n}{2}.$$

Allora la classe limite della successione è:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti insiemi

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 2, |y| < 1, y \in \mathbb{Q} \right\}, \quad B = \left\{ \left(\frac{1}{n} - 3, 3 - \frac{1}{n} \right) : n \in \mathbb{N} \right\}$$

e sia $C = A \cup B$. Determinare:

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{C} = \dots\dots\dots$$

$$C' = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \left[\sqrt{1 + \operatorname{Sh}^2 x} - 1 - \frac{1}{4} \log(1 + 2x^2) \right].$$

Scrivere uno svolgimento completo.