17/09/2012 proff. M.Salvatori, M.Vignati durata: 90' vers. a

Esercizi 1,2: sola risposta. Degli esercizi 3,4,5 è richiesto uno svolgimento completo.

1a] (6 punti) Risolvere, nel campo reale, la disequazione

$$\frac{\sqrt{|3-2x|-1}}{5-x} \ge 1$$

2a] (4 p.ti) Per R numero positivo fissato, e per $n \in \mathbb{N}$, siano

$$I_n := \left\{ x \in \mathbb{R} : x^n < 5 R^n \right\}.$$

Allora:

$$\bigcup_{n=1}^{+\infty} I_n = \qquad \qquad \bigcap_{n=1}^{+\infty} I_n = \qquad \qquad \dots$$

3a] (6 p.ti) Calcolare

$$\lim_{x \to 1} \frac{x - \left[1 + \log x + \frac{\log^2 x}{2}\right]}{(e^x - e)^3}$$

4a] (7 p.ti) Determinare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, il carattere di

$$\sum_{n=1}^{+\infty} e^{(a-1)(a+2)n} \log (1 + e^{an}) .$$

5a] (7 p.ti) È data la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, definita come

$$f(x) := x \arctan\left(\sqrt{5} + \frac{1}{x}\right)$$
.

- i) Verificare che è possibile prolungare f ottenendo una funzione g definita e continua in tutto \mathbb{R} .
- ii) Stabilire in quali punti di $\mathbb R$ la funzione g è derivabile.
- iii) Determinare gli eventuali asintoti di g.