

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)

19 giugno 2013

proff. M.Salvatori, L.Vesely

durata: **90 minuti**

1] (3 pt.) La funzione $f(x) = \frac{1}{\cos\sqrt{x}}$ è invertibile in $(0, \frac{\pi^2}{4})$; sia $g = f^{-1}$ la corrispondente funzione inversa. Allora

$$f\left(\frac{\pi^2}{16}\right) = \dots\dots$$

$$g'(\sqrt{2}) = \dots\dots$$

2] (5 pt.) Si considerino gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 3\}, \quad C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0\}$$

e sia $E := (A \cup B) \setminus C$. Determinare:

$$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$$

$$\partial E = \dots\dots\dots$$

$$E' = \dots\dots\dots$$

3] (4 pt.) Data l'equazione nel campo complesso

$$(z|z|)^2 = 3i\bar{z}$$

determinare il numero delle soluzioni e scriverle in forma algebrica.

Soluzione:

4] (3 pt.) Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ esiste ed è finito il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n x^2 |e - x|^n.$$

Soluzione:

5] (5 pt.) Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$(x^2 - 3x + 1)e^x = a$$

ammette esattamente due soluzioni reali distinte.

Soluzione:

6] (4 pt.) Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\beta + 3)^n}{(n-1)(n+\beta^2)(2+\cos(n\beta))}.$$

Soluzione:

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x) + \frac{\pi x^2(x^2-12)}{24}}{1 - \cos(x^3)}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.