

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova di esame)
8 luglio 2013 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti**

1] (4 pt.) Siano

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2}, \quad I = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right).$$

Determinare $f(I)$.

Soluzione:

2] (4 pt.) Discutere, al variare del parametro reale b , la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right]^{b^2}.$$

Soluzione:

3] (3 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{n} \right\}, \quad A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} E_n, \quad B = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} E_n.$$

Gli insiemi E_n sono aperti? Gli insiemi E_n sono limitati?

$A =$ $B =$

4] (4 pt.) Determinare in forma algebrica tutti i numeri complessi z tali che

$$(i + \sqrt{3})^3 = (z + i)^3.$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 con centro in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}e^x\right)$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Determinare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{x-3} e^{1/x}.$$

Soluzione:

7] (7 pt.) Calcolare, al variare del parametro reale a ,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^a \left[1 + \frac{a-12}{2n^2} - \cos \log \left(\frac{3}{n} + 1 \right) \right].$$

Scrivere uno svolgimento completo.