

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (I prova parziale)

15/11/2013 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1A] (4 punti) Sia

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+5} > x-1 \right\}.$$

Scrivere S come intervallo o unione di intervalli.

2A] (4 pt.) Sia

$$A = \left\{ (-1)^{n+1} - \frac{1}{n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Allora

$$\sup A = \dots ; \max A = \dots ; \inf A = \dots ; \min A = \dots$$

3A] (4 pt.) Sia

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & \text{se } x < 0 \\ 3^{-x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Determinare il più ampio intervallo contenente lo zero dove la funzione è iniettiva.

4A] (4 pt.) Per ogni intero $n \geq 2$ siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{1}{n}, y > \frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(2, -\frac{1}{n} \right) \right\}$$

e $C = \bigcup_{n=2}^{+\infty} E_n$. Allora

$$C = \dots$$

$$\overset{\circ}{C} = \dots$$

$$C' = \dots$$

5A] (3 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 + (-1)^n \log(1 + 3n^4)}{7n^3 \arctan n + 4n^4 \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)} = \dots$$

6A] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\cos \left(\frac{3n-1}{n^2+1} \right) \right]^{n^4 \tan(n^{-2})}$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(Bonus) Fissato $x > 0$ si consideri la successione

$$y_n = nx - \lfloor nx \rfloor.$$

($\lfloor t \rfloor$ indica la *parte intera* di t .)

Mostrare che la successione assume solo un numero finito di valori distinti se e solo se x è razionale.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (I prova parziale)

15/11/2013 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **B**

1B] (4 punti) Sia

$$S = \{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{8-x} > 2-x \}.$$

Scrivere S come intervallo o unione di intervalli.

2B] (4 pt.) Sia

$$A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n+5} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Allora

$$\sup A = \dots ; \max A = \dots ; \inf A = \dots ; \min A = \dots$$

3B] (4 pt.) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq 0 \\ |x^2 - 4| & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Determinare il più ampio intervallo contenente lo zero dove la funzione è iniettiva.

4B] (4 pt.) Per ogni intero $n \geq 2$ siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{1}{n}, y < -\frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(2, \frac{1}{n} \right) \right\}$$

e $C = \bigcup_{n=2}^{+\infty} E_n$. Allora

$$C = \dots$$

$$\overset{\circ}{C} = \dots$$

$$C' = \dots$$

5B] (3 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^6 + (-1)^n \log(1 + 5n^6)}{3n^5 \sin n + 6n^6 \cos\left(\frac{1}{n+2}\right)} = \dots$$

6B] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\cos \left(\frac{\sqrt[3]{n^2 + 1}}{2n - 1} \right) \right]^{n \sin(n^{-1/3})}$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(**Bonus**) Fissato $x > 0$ si consideri la successione

$$y_n = nx - \lfloor nx \rfloor.$$

($\lfloor t \rfloor$ indica la *parte intera* di t .)

Mostrare che la successione assume solo un numero finito di valori distinti se e solo se x è razionale.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (I prova parziale)

15/11/2013 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **C**

1C] (4 punti) Sia

$$S = \{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{5-x} > -x-1 \}.$$

Scrivere S come intervallo o unione di intervalli.

2C] (4 pt.) Sia

$$A = \left\{ (-1)^{n+1} - \frac{1}{n+5} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Allora

$$\sup A = \dots ; \max A = \dots ; \inf A = \dots ; \min A = \dots$$

3C] (4 pt.) Sia

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 9| & \text{se } x < 0 \\ 8^{-x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Determinare il più ampio intervallo contenente lo zero dove la funzione è iniettiva.

4C] (4 pt.) Per ogni intero $n \geq 2$ siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{1}{n}, x > \frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(-\frac{1}{n}, 2 \right) \right\}$$

e $C = \bigcup_{n=2}^{+\infty} E_n$. Allora

$$C = \dots$$

$$\overset{\circ}{C} = \dots$$

$$C' = \dots$$

5C] (3 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5 + (-1)^n \log(1 + 7n^5)}{3n^4 \cos n + 5n^5 \cos\left(\frac{1}{n^2+1}\right)} = \dots$$

6C] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\cos \left(\frac{n}{3\sqrt{n^4 + n}} \right) \right]^{n^3 \tan(n^{-1})}$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(Bonus) Fissato $x > 0$ si consideri la successione

$$y_n = nx - \lfloor nx \rfloor.$$

($\lfloor t \rfloor$ indica la *parte intera* di t .)

Mostrare che la successione assume solo un numero finito di valori distinti se e solo se x è razionale.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (I prova parziale)

15/11/2013 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **D**

1D] (4 punti) Sia

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+8} > x+2 \right\}.$$

Scrivere S come intervallo o unione di intervalli.

2D] (4 pt.) Sia

$$A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Allora

$$\sup A = \dots ; \max A = \dots ; \inf A = \dots ; \min A = \dots$$

3D] (4 pt.) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 8^x & \text{se } x \leq 0 \\ |x^2 - 9| & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Determinare il più ampio intervallo contenente lo zero dove la funzione è iniettiva.

4D] (4 pt.) Per ogni intero $n \geq 2$ siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{1}{n}, x < -\frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left(\frac{1}{n}, 2 \right) \right\}$$

e $C = \bigcup_{n=2}^{+\infty} E_n$. Allora

$$C = \dots$$

$$\overset{\circ}{C} = \dots$$

$$C' = \dots$$

5D] (3 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + (-1)^n \log(1 + 7n^3)}{12n^2 \cos n + 3n^3 \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)} = \dots$$

6D] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\cos \left(\frac{2\sqrt{n}}{n+1} \right) \right]^{n^{3/2} \sin(n^{-1/2})}$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(Bonus) Fissato $x > 0$ si consideri la successione

$$y_n = nx - \lfloor nx \rfloor.$$

($\lfloor t \rfloor$ indica la *parte intera* di t .)

Mostrare che la successione assume solo un numero finito di valori distinti se e solo se x è razionale.