Cognome **Nome** **Matr**

ANALISI MATEMATICA 2 - **PROVA SCRITTA #4**

(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati) 18 novembre 2019 vers.A

☐**Acconsento**/☐**Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma: ....

1A] *(6 p.ti)* Siano $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y^2 \leq 12\}$ ed $f : E \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) := \sqrt{x}\, y^2 \sqrt{12 - x - y^2}$$

Determinare $\inf\limits_E f$ e $\sup\limits_E f$, e stabilire se si tratta di estremi assoluti.
(Va fornita adeguata giustificazione del ragionamento seguito.)

2A] *(8 p.ti)* Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \left(\int_y^1 \left(\int_0^x \sin(\pi x^3)\, dz \right) dx \right) dy \quad .$$

3A] *(7 p.ti)* Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2)$, e sia

$$\Gamma(f) = \big\{ (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3 : y_3 = f(y_1, y_2) \big\}$$

il suo grafico.

Sia $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ legata ad f dalla relazione

$$g(x_1, x_2, x_3) = f(x_2^2 + \frac{x_3}{2} - e^{x_1}\ ,\ x_1^2 + \frac{x_3^2}{4} + \ln x_2)$$

e sia

$$\Gamma(g) = \big\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_4 = g(x_1, x_2, x_3) \big\}$$

il suo grafico.

Determinare l'equazione del piano tangente a $\Gamma(f)$ nel punto $\mathbf{b} = (1, 1, -2)$ sapendo che l'iperpiano tangente a $\Gamma(g)$ nel punto $\mathbf{a} = (0, 1, 2, -2)$ ha equazione

$$2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \quad .$$

4A] *(9 p.ti)* Sia G la funzione reale di variabile reale definita da

$$G(x) := 2 + \int_{x^2-3x+1}^{\log(ex/3)} \frac{e^{t-1} - 1}{t}\, dt \quad .$$

i) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di G nel punto di ascissa $x = 3$.

ii) Determinare il polinomio di Taylor T_2G, di ordine 2, di G con centro in $x = 3$.

iii) Determinare il più ampio intervallo I contenente $x = 3$ e contenuto nel dominio di G.