Cognome **Nome** **Matr**

ANALISI MATEMATICA 2 - **PROVA SCRITTA #5**

(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati) 22 gennaio 2020 vers.A

☐**Acconsento**/☐**Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma: ....

1A] *(8 p.ti)* Per $\beta \in \mathbb{R}$ si considerino le funzioni reali di due variabili reali

$$G_\beta(x,y) := \log\left(\frac{x+\beta y^2-1}{\beta x^2+2y-1}\right)$$

i) Ricavare l'equazione $z = p_\beta(x,y)$ del piano tangente al grafico di G_β nel punto corrispondente a $(x,y) = (0,0)$.

ii) Determinare il polinomio di McLaurin del III ordine della funzione

$$F_\beta\,(x,y) := G_\beta(x,y) - p_\beta\,(x,y)$$

iii) Classificare la natura di $(0,0)$ per la funzione F_β: non stazionario/max. rel./min. rel./sella?

2A] *(8 p.ti)* Sia $D \subseteq \mathbb{R}^2$ il dominio naturale della funzione reale di due variabili reali

$$f(x,y) := \log(1 + x - y\sqrt{x})$$

Calcolare, per ogni $R \geq 1$, il valore di

$$\iint_{E(R)} f(x,y)\,dxdy$$

dove $E\,(R) = \{(x,y) \in D : 1 \leq x \leq R,\ f(x,y) < 0\}$.

3A] *(6 p.ti)* **i)** Calcolare, per ogni valore $k \in (0,+\infty)$, il volume dell'insieme

$$Y_k = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+z^2} \leq ky\,(1-y)\right\}$$

ii) Calcolare il volume dell'insieme $Z_k \subset \mathbb{R}^3$, $(k > 0)$, ottenuto da

$$A_k = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0,\ 0 \leq z \leq ky\,(1-y)\right\}$$

per mezzo di una rotazione completa attorno all'asse z.

4A] *(8 p.ti)* Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I\,(x) := \int_{(x-1)^2}^{+\infty} \frac{x\,e^{1/t}}{[1-t\,(x^2+1)]^2}dt\,.$$

Cognome **Nome** **Matr**

ANALISI MATEMATICA 2 - **PROVA SCRITTA #5**

(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati) 22 gennaio 2020 vers. B

□**Acconsento**/□**Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma: ....

1B] *(6 p.ti)* **i)** Calcolare, per ogni valore $k \in (0, +\infty)$, il volume dell'insieme

$$Y_k = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + z^2} \leq ky\,(1 - y) \right\}$$

ii) Calcolare il volume dell'insieme $Z_k \subset \mathbb{R}^3$, $(k > 0)$, ottenuto da

$$A_k = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0,\ 0 \leq z \leq ky\,(1 - y) \right\}$$

per mezzo di una rotazione completa attorno all'asse z.

2B] *(8 p.ti)* Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I\,(x) := \int_{(x-1)^2}^{+\infty} \frac{x\, e^{1/t}}{[1 - t\,(x^2 + 1)]^2} dt\ .$$

3B] *(8 p.ti)* Per $\beta \in \mathbb{R}$ si considerino le funzioni reali di due variabili reali

$$G_\beta(x, y) := \log\left(\frac{x + \beta y^2 - 1}{\beta x^2 + 2y - 1} \right)$$

i) Ricavare l'equazione $z = p_\beta(x, y)$ del piano tangente al grafico di G_β nel punto corrispondente a $(x, y) = (0, 0)$.

ii) Determinare il polinomio di McLaurin del III ordine della funzione

$$F_\beta\,(x, y) := G_\beta(x, y) - p_\beta\,(x, y)$$

iii) Classificare la natura di $(0, 0)$ per la funzione F_β: non stazionario/max. rel./min. rel./sella?

4B] *(8 p.ti)* Sia $D \subseteq \mathbb{R}^2$ il dominio naturale della funzione reale di due variabili reali

$$f(x, y) := \log(1 + x - y\sqrt{x})$$

Calcolare, per ogni $R \geq 1$, il valore di

$$\iint_{E(R)} f(x, y)\, dxdy$$

dove $E\,(R) = \{(x, y) \in D : 1 \leq x \leq R,\ f(x, y) < 0\}$.