Cognome **Nome** **Matr**

ANALISI MATEMATICA 2 - **PROVA SCRITTA #6**

(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati) 12 febbraio 2020 vers.A

☐**Acconsento**/☐**Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma: ....

1A] *(7 p.ti)* Sia f la funzioni reale di due variabili reali definita da

$$f(x,y) := y\sqrt{x}\,\sqrt{9-x-y^2}$$

e sia Ω il suo dominio naturale.

i) Individuare i punti stazionari di f interni ad Ω, e classificarne la natura.

ii) Determinare $\inf_\Omega f$ e $\sup_\Omega f$.

2A] *(8 p.ti)* Discutere, al variare di $\alpha \in (-\infty,+\infty)$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I(\alpha) := \int_{e^\alpha}^{+\infty} \frac{u^{\alpha-1}\,du}{(u^{4-\alpha}+1)[3\ln u\ -\ 1]^2}\,.$$

3A] *(8 p.ti)* **i)** Determinare l'insieme di definizione della funzione reale di variabile reale

$$G(x) := \int_1^x \frac{\ln(4t-3t^2)}{e^{3t+1}}\,dt$$

ii) discutere l'invertibilità di G in un intorno di $x_0 = \dfrac{1}{3}$.

4A] *(7 p.ti)* Per $R \in (0,+\infty)$ si consideri la regione dello spazio $\mathbb{R}^3$ definita da

$$E_R = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 2\sqrt{x^2+y^2} \le 2R\}$$

i) Calcolare $vol(E_R)$

ii) Calcolare $\iiint_{E_R} y^2\,dx\,dy\,dz$.

Cognome **Nome** **Matr**

ANALISI MATEMATICA 2 - **PROVA SCRITTA #6**

(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati) 12 febbraio 2020 vers.B

☐**Acconsento**/☐**Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma: ....

1B] *(8 p.ti)* **i)** Determinare l'insieme di definizione della funzione reale di variabile reale

$$F(x) := \int_1^x \frac{\ln(4t - 3t^2)}{e^{3t+1}}\, dt$$

ii) discutere l'invertibilità di F in un intorno di $x_0 = \dfrac{1}{3}$.

2B] *(7 p.ti)* Per $R \in (0, +\infty)$ si consideri la regione dello spazio $\mathbb{R}^3$ definita da

$$A_R = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq 2R\}$$

i) Calcolare $vol(A_R)$

ii) Calcolare $\displaystyle\iiint_{A_R} y^2\, dx\, dy\, dz$.

3B] *(7 p.ti)* Sia g la funzioni reale di due variabili reali definita da

$$g\,(x, y) := y\,\sqrt{x}\,\sqrt{9 - x - y^2}$$

e sia D il suo dominio naturale.

i) Individuare i punti stazionari di g interni ad D, e classificarne la natura.

ii) Determinare $\inf\limits_D g$ e $\sup\limits_D g$.

4B] *(8 p.ti)* Discutere, al variare di $\beta \in (-\infty, +\infty)$, la convergenza dell'integrale improprio

$$I\,(\beta) := \int_{e^\beta}^{+\infty} \frac{u^{\beta-1}\, du}{(u^{4-\beta} + 1)[3\ln u\, -\, 1]^2}\, .$$