

# Metodi matematici applicati alla Chimica

prof. Marco Vignati

Testo di riferimento: M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa "Analisi matematica 2", Zanichelli ed., 2009).

## A) Calcolo differenziale per funzioni vettoriali di variabile vettoriale.

**A1) Curve**  $\underline{p}: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^m$ : leggi orarie, curve regolari, parametrizzazioni equivalenti, versore tangente, orientazione, lunghezza, ascissa curvilinea; forma cartesiana; curve piane in forma polare. Integrale di linea di I specie e sue applicazioni. (Cap. 2, da par. 1 a par. 5)

**A2) Funzioni**  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$ : limiti, continuità, e nuove problematiche; derivate direzionali, vettore gradiente. Differenziabilità e sue conseguenze; iperpiano tangente; il differenziale primo. Teorema del differenziale totale (\*); funzioni di classe  $C^1$ . Le derivate seconde: matrice hessiana, il differenziale secondo, la formula di Taylor al II ordine per funzioni di classe  $C^2$ . Ottimizzazione libera: caratterizzazione dei punti stazionari mediante la classificazione delle forme quadratiche (\*), test degli autovalori. (Cap. 3, da par. 1 a par. 6)

**A3) Funzioni**  $\underline{F}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ : matrice jacobiana, differenziabilità, differenziazione per funzioni composte. Campi vettoriali. Superfici in  $\mathbb{R}^3$ : cartesiane, regolari, parametriche. Piano tangente e versore normale. Funzioni implicite, teorema di Dini (\*). Ottimizzazione vincolata, metodo dei moltiplicatori di Lagrange (\*). (Cap. 4).

## B) Calcolo integrale per funzioni di 2 e 3 variabili reali.

**B1) Costruzione e principali proprietà dell'integrale doppio e triplo;** insiemi regolari e funzioni misurabili. Integrali iterati e metodi di calcolo (\*). Coordinate polari, sferiche, cilindriche. (Cap. 5, da par. 1 a par. 3)

**B2) Campi vettoriali**  $\underline{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ : gli operatori differenziali *grad*, *div*, *rot* e le loro relazioni. Integrale di linea di II specie: lavoro di un campo vettoriale lungo una curva. Campi conservativi, funzione potenziale, campi irrotazionali (\*), lemma di Poincaré, insiemi semplicemente connessi.

Integrali di superficie di I e di II specie. Superfici orientabili, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Superfici con bordo.

Formule integrali: formula di Gauss-Green nel piano (\*). Teorema della Divergenza in  $\mathbb{R}^2$  (\*) ed  $\mathbb{R}^3$ . Teorema di Stokes. (Cap. 6)

## C) Equazioni differenziali ordinarie

Generalità sulle equazioni del I e II ordine. Problema di Cauchy. Esistenza e/o unicità delle soluzioni locali/globali. Teorema di Peano e Teorema di Cauchy-Lipschitz. Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del I ordine e formula risolutiva (\*). Equazioni di Bernoulli. Equazioni lineari del II ordine, omogenee e non; struttura dello spazio delle soluzioni (\*). Metodo di variazione delle costanti arbitrarie. Il caso delle equazioni lineari a coefficienti costanti (\*).

**N.B.:** dei risultati indicati con il simbolo (\*) può essere richiesta dimostrazione, in fase di prova orale.